

## ЯДРЕНА СПЕКТРОСКОПИЯ

### БЕТА-РАЗПАД. БЕТА-СПЕКТРИ

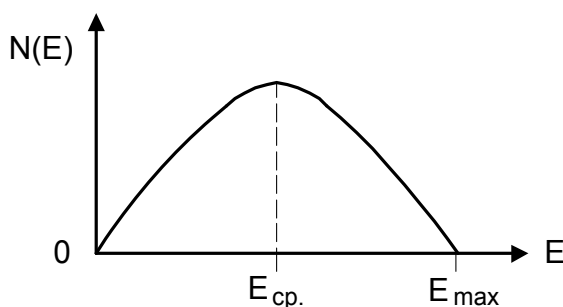
#### I. ХАРАКТЕРНИ ОСОБЕНОСТИ НА БЕТА-РАЗПАДА

В първата лекция вече коментирахме типовете  $\beta$ -разпад ( $\beta^-$ ,  $\beta^+$ , Е.3.) и енергетическите условия за тях. Някои нуклиди (нечетно-нечетни) могат **едновременно** да търпят и трите типа  $\beta$ -разпад. Енергията на  $\beta$ -разпада е **точно определена** (дискретна) - от разликата в масите (енергиите) на началния и краен атом:

$$E_{\beta^-} = [M_{\text{ат}}(A, Z) - M_{\text{ат}}(A, Z+1)]c^2 \quad (\text{напр. за } \beta^- \text{-разпада})$$

**Експериментални факти**, довели до въвеждане на неутрино:

1. Бета-разпада е открит 1911 г. (Байер, Хан и Майтнер). Още през 1914 г. с  $\beta$ -спектрометри са били изследвани  $\beta$ -спектри и е намерено, че те са непрекъснати, т.е. срещат се  $\beta$ -частици с енергии от **0** до  **$E_m$**  (максимална енергия).



Фиг.115. Непрекъснат  $\beta$ -спектр.

$$E_{\text{max}} = E_{\beta^-}; \quad E_{\text{ср}} < E_{\beta^-}$$

Става очевидно, че при  $\beta$ -разпада се появява **дефицит** ("изчезване") на енергия. Изказвани са хипотези:

- че енергията се губи при някакъв атомен процес (или взаимодействие на електроните с веществото на много къси разстояния - Л.Майтнер 1922 г.). Тази хипотеза е **опровергана** (1927 г. Елис и Вустер) чрез **калориметрично**

изследване на разпада на  $^{210}\text{Bi}$  (RaE),  $E_m = 1,05 \text{ MeV}$ . В калориметъра се определя  $E_{\text{ср.експ.}} \approx 0,35 \text{ MeV}$ .

- че закона за запазване на енергията се нарушава. Хипотезата е отхвърлена с отвращение, като крайно неправдоподобна.

2. Известно е, че:

**При A четно** - основното състояние на ядрото, както и цялата система от възбудени състояния имат **цели спинове**.

**При A нечетно** - основното и възбудените състояния имат **полуцели спинове**.

При  $\beta$ -разпада  $A = \text{const}$  и характера на спина не се променя, т.е. при  $\beta$ -разпада се отнася **целочислен** момент на количество на движение. Но пълния момент, отнасян от електрона, може да бъде само **полуцял** :

$$\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$$

където:  $\mathbf{l}$  - орбитален момент - винаги цял;  $\mathbf{s}$  - спин на електрона -  $1/2$ .

Очевидно, в бета-разпада се **"губи" частица с полуцял спин**.

3. "Губещата" се частица е **неутрална**, тъй като закона за запазване на заряда не е нарушен.

В 1931 г. Паули изказва хипотезата, че в бета-разпада участва още един фермион - неутрино  $\nu$  (още преди откриването на неутрона) с маса, много по-малка от тази на електрона, който отнася губещата се енергия при  $\beta$ -разпада и **взаимодейства много слабо** с веществото.

Е.Ферми дава името **"неутрино"** на хипотетичната частица. Според Ф.Хойл (астрофизик), Паули и Бааде (астрофизик) се обзалагат, че неутриното никога няма да бъде наблюдавано експериментално (според Паули). 25 години по-късно в експериментите на Рейнис и Коуен е регистрирано свободно  $\bar{\nu}_e$  и Паули плаща облога (каса шампанско, което било любимото му питие).

## II. ЛЕПТОНИ, ЛЕПТОНЕН ЗАРЯД

**Лептоните са леки частици**, участващи в  $\beta$ -разпада и процесите, контролирани от слабото взаимодействие. Известни са три "семейства" лептони:

$$(m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}) \quad e^- (l_e = 1) \quad \tilde{\nu}_e (l_e = -1)$$

$$e^+ (l_e = -1) \quad \nu_e (l_e = 1) \quad (e, \nu_e)$$

$$(106 \text{ MeV}) \quad \mu^- (l_\mu = 1) \quad \tilde{\nu}_\mu (l_\mu = -1)$$

$$\mu^+ (l_\mu = -1) \quad \nu_\mu (l_\mu = 1) \quad (\mu, \nu_\mu)$$

$$(1,78 \text{ GeV}) \quad \tau^- (l_\tau = 1) \quad \tilde{\nu}_\tau (l_\tau = -1)$$

$$\tau^+ (l_\tau = -1) \quad \nu_\tau (l_\tau = 1) \quad (\tau, \nu_\tau)$$

Съществуват 3 типа лептонен заряд:  $l_e$ ,  $l_\mu$ ,  $l_\tau$ , които (засега) се съхраняват поотделно.

Разпади, **съхраняващи** лептонния заряд:

$$n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e \quad (l_e - \text{съхранен})$$

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu; \mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \tilde{\nu}_\mu \quad (1) \quad (l_e \text{ и } l_\mu - \text{съхранени})$$

Последния е известния " $\pi - \mu - e$ " експеримент, който обработват в лабораторията по Експериментална ядрена физика. Забележка: Енергетичния спектър на  $e^+$  е непрекъснат, поради 3 частичковата кинематика и енергията на покой на  $\mu$ -она се разпределя средно по равно между 3-те частици.

$$\tau^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \tilde{\nu}_\tau \quad (l_e \text{ и } l_\tau - \text{съхранени})$$

$$\mu^+ + \nu_\mu + \nu_\tau \quad (l_\mu \text{ и } l_\tau - \text{съхранени})$$

**Адроните** (и  $\gamma$ -квантите) имат 0 лептонен заряд.

Ако се допусне, че  $\nu_e \equiv \nu_\mu$ , се появява възможност за разпади от типа:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \gamma$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + e^+ + e^- \quad (2) \quad (\text{анихилация } \nu_e \text{ и } \tilde{\nu}_\mu \text{ в момента на образуването})$$

Експериментите са показали, че вероятността за тази реакция е поне  $10^3 - 10^4$  пъти по-малка от същата за реакцията  $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \tilde{\nu}_\mu$  (1).

Т.е. че  $\nu_e \neq \nu_\mu$  и се съхранява не общия лептонен заряд, а именно  $l_e$  и  $l_\mu$  **поотделно**. За сега ще изчакаме да видим резултатите от подготвяните експерименти за доказване на “осцилациите” на неутрино.

### Експериментално доказателство, че $\tilde{\nu}_e \neq \nu_\mu$

Реакцията  $n + \tilde{\nu}_e \rightarrow p + e^-$  е **забранена** - несъхранение на  $l_e$ . По предложение на Б.М.Понтекорво (1946 г.) през 1955 г. (Девис) е направен опит за регистрация на **реакторни  $\tilde{\nu}_e$** , като:

$$\tilde{\nu}_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e^- \quad (\tilde{\nu}_e + n \rightarrow p + e^-)$$

$${}^{37}\text{Ar} \text{ (E.3.- 35 дни)} \rightarrow {}^{37}\text{Cl} + \nu_e \quad (\text{при E.3. се отделят Ро-кванти и Оже-електрони})$$

Облъчвани са 4000 ± CCl<sub>4</sub> (тетрахлорметан). Образувания <sup>37</sup>Ar (радиоактивен) се увелича с He (газ, пропускан през обема CCl<sub>4</sub>). Ar се отделя от He върху охладен активен въглен (He не се поглъща), след което се вкарва в обема на Гайгеров брояч. Оценена **горна граница** на сечението за  $\tilde{\nu}_e + n : \sigma_{\text{експ}} \leq 0,25 \cdot 10^{-45} \text{ cm}^2$  на неутрон, което е много по-малко от разчетното сечение, ако се допусне, че  $\tilde{\nu}_e \equiv \nu_e$  и реакцията не е забранена.

### Допълнение: **слънчеви електронни неутрино**

Модел на Бете (1939 г.) за термоядрената енергетика на Слънцето:

$$p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e \quad (\beta\text{-разпад}); \quad E_{\text{векр}} = 0,257 \text{ MeV}$$

$$p + d \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$$

$${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + 2p$$


---

$$6p \rightarrow {}^4\text{He} + 2\nu_e + 2p + 2e^+ + \gamma + Q; Q = 26 \text{ MeV}$$

Ако  ${}^4\text{He}$  е достатъчно (както е в Слънцето), вървят и реакциите:

$$1. {}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma; \quad {}^7\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7\text{Li} + \nu_e \text{ (E.3.)}$$

$$p + {}^7\text{Li} \rightarrow 2{}^4\text{He}; \quad E_\nu = 0,860 \text{ MeV}$$

$$2. {}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma; \quad p + {}^7\text{Be} \rightarrow {}^8\text{B} + \gamma;$$

$${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + e^+ + \nu_e \text{ (}\beta\text{-разпад)}; \quad {}^8\text{Be} \rightarrow 2{}^4\text{He};$$

$$E_{\nu\text{max}} = 14 \text{ MeV} - 0,005\% \text{ от пълния неутринен поток.}$$

Слънцето е **мощен източник** на  $\nu_e$  и реакцията :  $\nu_e + n \rightarrow p + e^-$  **не е забранена**.

Дейвис (от 1968 до 1978 г.) провежда аналогичен експеримент:

$$\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e^-$$

Облъчвани са 610000  $\pm$   $\text{C}_2\text{Cl}_4$  (перхлоретилен) на 1,5 km под земята (методиката за отделяне на  ${}^{37}\text{Ar}$  - същата). Образуват се 0,3 - 0,4 атома  ${}^{37}\text{Ar}$  на ден (регистрира се борното неутрино). Експериментално получената стойност е 2 - 3 пъти **по-малка** от очакваната скорост - 0,9  ${}^{37}\text{Ar}$  на ден, като се има предвид термоядрения цикъл на Бете ("дефицита" е потвърден в много неутринни лаборатории). Възможно е "осцилациите" на неутриното (подготвят се експерименти) да оправят нещата, без да се налага да се отказваме от цикъла на Бете!

### III. ПОНЯТИЕ ЗА ТЕОРИЯТА НА БЕТА-РАЗПАДА

Теория на Ферми (1934 г.): Изградена е върху предположението, че взаимодействието е **слабо "точково" (късододействащо) взаимодействие между 4 фермиона** (2 нуклона и 2 лептона).

Вероятността за бета-прехода  $W$  се получава от теорията на възмущенията:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \left\langle f \left| \hat{H}_p \right| i \right\rangle \right|^2 \frac{dn}{dE}$$

където  $\langle \mathbf{f} | | \mathbf{i} \rangle$  - вълнови функции на крайното и началното състояние;  $dn/dE$  - плътност на крайните енергетични състояния;  $\hat{H}_\beta$  - хамилтониан на взаимодействието.

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \int \Psi_{Nf}^* \Psi_e^* \Psi_\gamma^* \hat{H}_\beta \Psi_{Ni} d\tau \right|^2 \frac{dn}{dE}$$

$d\tau$  - елементарен обем.

Тъй като вълновите функции са 4 - компонентни биспинори, оператора на взаимодействието представлява сложна комбинация от тях. Възможни са 256 комбинации линейно независими типове взаимодействия, но от изискването за Лоренц-инвариантност остават 5.

$$H_\beta = \sum_{i=1}^5 C_i H_i = C_S S + C_V V + C_T T + C_A A + C_P P \quad (\sum C_i = 1)$$

където трансформационните свойства на компонентите са :

	$\Delta P$	$\Delta I$
<b>S</b> – скалар	не	0
<b>V</b> – вектор	не	0
<b>T</b> – тензор	не	0, $\pm 1$
<b>A</b> – аксиален вектор	не	0, $\pm 1$
<b>P</b> – псевдоскалар	не	0

където  $\Delta P$  - промяна на четността при  $\beta$ -прехода;  $\Delta I$  - промяна на спина на ядрото при прехода.

Изборът на вариант на теорията е извършен при сравняване с експеримента. По настоящем е възприет **варианта (V – A)** (универсално взаимодействие на Ферми), което описва добре всички разпади, контролирани от слабото взаимодействие (включително и на  $\mu$ -оните и  $\tau$ -оните).

### Правила за отбор за разрешените бета-преходи:

$$\Delta I = |I_f - I_i| ; \Delta P = \pi_i \pi_f$$

$I_f, I_i$  - спинове на крайното и начално ядро;  $\pi_i, \pi_f$  - четности на началното и крайно ядрено състояние;  $\Delta P = +1$  (не);  $\Delta P = -1$  (да).

Поради това, че "радиуса на действие" на силите на слабото взаимодействие  $\rho \ll R$  ( $R \approx 1,5 \cdot 10^{-13}$  cm - радиус на ядрото), в първо приближение може да се счита, че орбиталните моменти, отнасяни от неутриното и  $\beta$ -частицата, са нула -  $I_e = I_\nu = 0$ . В такъв случай  $\Delta I$  се определя от спиновете (собствени моменти) на  $e$  и  $\nu$ .

1. Ако двойката ( $e\uparrow, \nu\downarrow$ ) се излъчва в **синглетно състояние** (т.е. с антипаралелни спинове – сумарен собствен момент 0):

$$\underset{0}{S_e} + \underset{0}{S_\nu} + \underset{0}{I_e} + \underset{0}{I_\nu} = 0, \text{ т.е. } \Delta I = 0 \quad (\text{спиновото състояние не се променя})$$

Тези  $\beta$ -преходи са **Фермиевски преходи** -  $\Delta P$  - не ;  $0 \rightarrow 0$  преходи.

2. Ако двойката ( $e\uparrow, \nu\uparrow$ ) се излъчва в **триплетно състояние** (паралелни спинове – сумарен собствен момент 1):

$$\underset{1}{S_e} + \underset{0}{S_\nu} + \underset{0}{I_e} + \underset{0}{I_\nu} = 1 \quad (\text{сумарен отнасян момент})$$

Проекцията на спина на двойката върху спина на ядрото има 3 възможни стойности : 0, +1, -1. Тези преходи са **Гамов-Телеровски преходи** -  $\Delta I = 0, 1$ ;  $\Delta P$  - не (тук не влизат преходите  $0(I_i) \rightarrow 0(I_f)$ , които са чисто Фермиевски). Преходите  $\Delta I = 0$ , когато  $I_f$  или  $I_i \neq 0$  са от **смесен тип**.

Фермиевските и Гамов-Телеровските преходи се наричат "**разрешени  $\beta$ -преходи**" и за тях **орбиталния момент**, отнасян от двойката ( $e, \nu$ ) е нула.

#### IV. ФОРМА НА БЕТА-СПЕКТЪРА. ГРАФИК НА КЮРИ.

От теорията на **разрешените  $\beta$ -спектри** пълната вероятност за излъчване в единичен енергетичен интервал за енергиите на  $\beta$ -частицата и неутриното е:

$$\frac{dW(E)}{dE} = \frac{2\pi}{\hbar} |M|^2 \delta(E_0 - E_e - E_\nu) 4\pi^2 \frac{dn_{e\nu}}{dE}$$

където:  $|M|$  - ядрен матричен елемент на прехода (в първо приближение не зависи от енергията);  $\delta$  - делта функция;  $E_0$  - максимална енергия на  $\beta$ -прехода;  $E_e$ ,  $E_\nu$  - пълни енергии на  $e$  и  $\nu$ ;  $\frac{dn_{e\nu}}{dE}$  - плътност на състоянията на единица енергетичен интервал.

Показва се, че:

$$\frac{dW(E)}{dE_e} = \frac{|M|^2}{2\pi^3 \hbar^7 e^4} E_e p_e E_\nu p_\nu$$

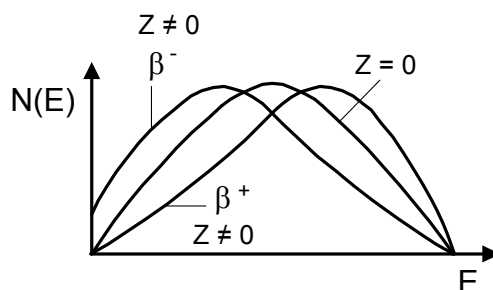
$$E_\nu = E_0 + m_e c^2 + m_\nu c^2 - E_e$$

$$p_\nu = \frac{1}{c} \sqrt{E_\nu^2 - (m_\nu c^2)^2}$$

При допускане, че  $m_\nu c^2 = 0$ , за енергетичния спектър  $N_E$  получаваме:

$$\begin{aligned} N_E \sim \frac{dW}{dE} &= \text{const} |M|^2 E_e p_e [E_0 - E_e + m_e c^2]^2 = \\ &= \text{const} |M|^2 E_e \sqrt{E_e^2 - (m_e c^2)^2} [E_0 - E_e + m_e c^2]^2 \end{aligned}$$

В последната формула не е отчетено влиянието на кулоновото поле на ядрото върху излитащата частица.





Фиг.116. Влияние на кулоновото поле на ядрото върху непрекъснатия  $\beta$ -спектр.

На горната фигура е показано влиянието на кулоновото поле на ядрото върху  $\beta$ -спектъра спрямо условно ядро без заряд (" $Z = 0$ "). При  $\beta^-$  разпада се повишава броя на нискоенергетичните електрони, при  $\beta^+$  разпада се повишава броя на високоенергетичните (спектрите се отместват в различни посоки).

Чрез функцията на Ферми  $F(Z,E)$ , която е известна в явен вид и е табулирана, се отчита влиянието на кулоновото поле на ядрото.  $F(Z,E)$  е различна за  $\beta^-$  и  $\beta^+$  разпада. Обръщаме внимание, че  $Z$  е атомния номер на **дъщерното ядро**.

При използване на единицата  $m_e c^2$  експерименталния спектър:

$$N_\varepsilon = \text{const} |M|^2 \varepsilon \sqrt{\varepsilon^2 - 1} (\varepsilon_0 - \varepsilon)^2 F(Z, E)$$

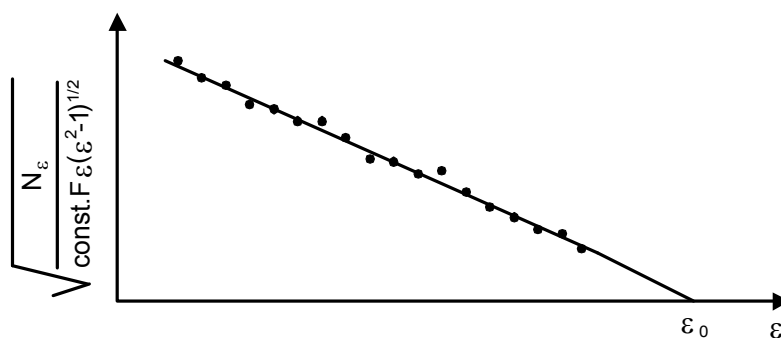
$$\varepsilon = \frac{E_e}{m_e c^2} ; \quad \varepsilon_0 = \frac{m_e c^2 + T_e^{\max}}{m_e c^2}$$

където  $T_e^{\max}$  е граничната енергия на спектъра. Конструираме функцията:

$$K(\varepsilon) = \left[ \frac{N_\varepsilon}{\text{const} |M|^2 F(Z, E) \varepsilon \sqrt{\varepsilon^2 - 1}} \right]^{1/2} = \varepsilon_0 - \varepsilon$$

където  $N_\varepsilon$  е експерименталния спектър.

Функцията  $K(\varepsilon)$  (**График на Кюри**) е **строго линейна** по  $\varepsilon$  (за разрешените преходи) и пресича абцисата при  $\varepsilon_0$  - граничната енергия на  $\beta$ -прехода т.е.  $K(\varepsilon_0) =$



Фиг.117. График на Кюри.

Построяването на графика на Кюри е **единствения начин** за коректно намиране на граничната енергия ( $\epsilon_0$ ) на бета-спектъра от експерименталния спектър  $N_\epsilon$ .

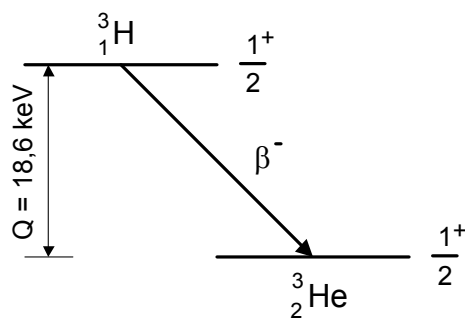
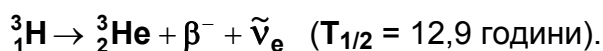
$$T_{\text{кин}}^{\text{гран}} = (\epsilon_0 - 1)m_e c^2$$

Когато бета-разпада е **забранен**, графика на Кюри **не е права**.

## V. МАСА НА ПОКОЙ НА НЕУТРИНОТО

(Решаване на космологични проблеми чрез  $\beta$ -спектрометрия)

Независимо, че има много теоретични съображения, според които  $m_\nu \equiv 0$  (например теорията на двукомпонентното неутрино), експериментите за измерване на масата на покой на неутриното продължават. Те се базират на факта, че **поведението** на графика на Кюри близо до **граничната енергия е чувствително към  $m_\nu$** . Обикновено при тези измервания се използва източник от тритий  ${}^3_1\text{H}$



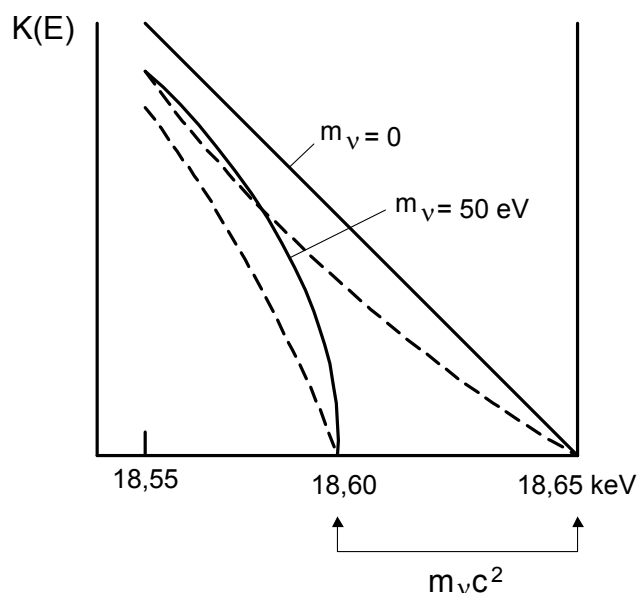
Фиг.118. Бета-разпад на  ${}^3\text{H}$ .

Прехода  $[(1/2)^+ \rightarrow (1/2)^+]$ ;  $\Delta I = 0$ ;  $\Delta P$  - не;  $I_i \neq 0$ ; свърхразрешен; смесен  **$\Phi + \Gamma\Gamma$** ; между "**огледални**" ядра

Целта на описваните по-надолу експерименти е да се определи масата на покой на  $\tilde{\nu}_e$ , ако тя въобще съществува.

Идеализирания вид на края на графика на Кюри за бета-разпада на  ${}^3\text{H}$  е показан по-долу за два случая: при  $m_{\nu_e} = 0$  и  $m_{\nu_e} = 50 \text{ eV}$  (с плътна линия), както и обикновения бета-спектр - с пунктир. При  $m_{\nu} = 0$  графика на Кюри клони към граничната енергия  $E_0 - m_{\nu}c^2$  перпендикулярно на абцисата.

За съжаление, експерименталния график на Кюри е **конволюция** на "идеалния"  $K(E)$  и апаратурната линия, която като правило е със сложна форма и ширина, по-голяма от "масочувствителния" интервал. Изследванията в този интервал изискват освен възможно най-висока разделителна способност, но и възможно най-нисък фон на прибора. Статистическите неопределености в края на спектъра стават също твърде големи.



Фиг.119. Поведение на края на непрекъснатия  $\beta$ -спектр при отсъствие и наличие на маса на покой на неутриното.

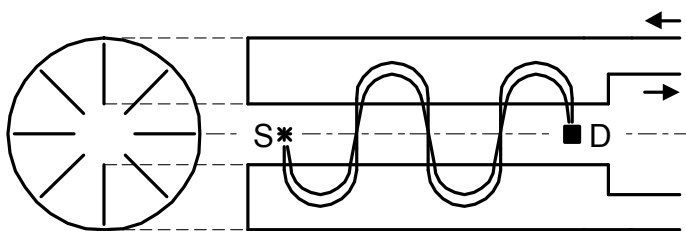
История на опитите за определяне на  $m_{\nu}$  :

1949 г. Ханна, Понтекорво - с пропорционален брояч ( $\Delta E = 1,8 \text{ keV}$ ). **Оценка  $m_{\nu} < 1 \text{ keV}$ .**

1969 г. - 1972 г. Беркуист – прибор: железен  $\pi\sqrt{2}$   $\beta$ -спектрометър;  $\rho_0 = 50$  cm;  $\Delta p/p = 0,11\%$  ( $\Delta E = 40$  eV); входяща апертура 0,5%; фон 2,5 imp/s. **Оценка  $m_\nu < 55$  eV.**

1980 г. - 1985 г. Любимов и Третьяков – прибор: тороидален безжелезен  $\beta$ -спектрометър с 4 фокуса. 4 кратно отклонение на  $180^\circ$ ;  $\Delta p/p = 0,12\%$  ( $\Delta E = 43$  eV); входяща апертура 0,4%; нисък фон - 0,03 - 0,1 imp/s. **Оценка  $14 \text{ eV} < m_\nu < 46 \text{ eV}$**  (за 99% доверителен интервал!). За пръв път се привежда и долна граница за  $m_\nu$ . Този резултат все още **не е потвърден** от други автори.

В експериментите освен всичко друго, се намесват и ефекти, дължащи се на химическите връзки на  $^3\text{H}$  във веществото на източника, които изкривяват



спектъра.

Фиг.120. Схема на  $\beta$ -спектрометъра на Любимов и Третьяков.

### Космологическо значение на експериментите

При еволюцията на звездите в много от ядрените процеси се **отделят неутрино**, които са практически ненаблюдаеми, но присъствуват във Вселената със **своята маса**.

Нашата Вселена се разширява и ако тя е "отворена", разширението ще продължава безкрай, ако е "затворена", след известно време разширението ще се прекрати и ще започне "свиване".

Въпросът за "отвореност" и "затвореност" на Вселената се решава от плътността на веществото в нея. Критичната плътност е

$$\rho_{\text{крит}} \approx 10^{-29} \text{ g/cm}^3$$

Плътността на "видимата материя" (галактики) е оценена на  $10^{-30} \div 10^{-32} \text{ g/cm}^3$  е с един порядък по-ниска от критичната (отворена Вселена). Ако  $m_\nu = 10 \text{ eV}$ , то общата маса на  $\nu$  (скрита материя) ще е с един порядък по-голяма от видимата и е възможно  $\rho \approx 10^{-29} \text{ g/cm}^3$ .

## VI. ПРИВЕДЕН ПЕРИОД НА ПОЛУРАЗПАД $ft$ НА БЕТА-ПРЕХОДИТЕ. КЛАСИФИКАЦИЯ.

**A. От вероятността за разпадане на единичен енергетичен интервал**

$$\frac{dW(\epsilon)}{d\epsilon} = \text{const} |M|^2 F(\epsilon, Z) \epsilon \sqrt{\epsilon^2 - 1} (\epsilon_0 - \epsilon)^2$$

можем да получим **пълната вероятност** за разпадане в единица време ( $\lambda$  - константа на разпадане) чрез интегриране по енергията.

$$\lambda = \text{const} |M|^2 \int_1^{\epsilon_0} F(\epsilon, Z) \epsilon \sqrt{\epsilon^2 - 1} (\epsilon_0 - \epsilon)^2 d\epsilon$$

$$\text{Означаваме } f(\epsilon_0) = \int_1^{\epsilon_0} F(\epsilon, Z) \epsilon \sqrt{\epsilon^2 - 1} (\epsilon_0 - \epsilon)^2 d\epsilon$$

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = C' |M|^2 f(\epsilon_0) \quad ; \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{C' |M|^2 f(\epsilon_0)}$$

Функцията  $f(\epsilon_0) \sim \epsilon_0^5$  за достатъчно високи гранични енергии на  $\beta$ -спектъра. Очевидно е, че съществува **тривиална зависимост** (и то много силна) на  $T_{1/2}$  от граничната енергия на  $\beta$ -прехода ( $T_{1/2} \sim 1/\epsilon_0^5$ ), на фона на която влиянието на ядрения матричен елемент на прехода

$$M = \int \Psi_{Nf}^* \Psi_{Ni} d\tau$$

не може да се забележи.

Конструира се величината:

$$ft = f(\epsilon_0) T_{1/2} = \frac{\ln 2}{C' |M|^2}$$

**$ft$  - приведен период на полуразпадане**, който **не зависи от енергията** на  $\beta$ -прехода, а само от **структурата на ядрото** в начално и крайно състояние.

Качествено: Когато  $\beta$ -прехода се извършва **без голямо преустройство** на структурата на ядрото (има силно припокриване на вълновите функции на началното и крайно състояние)  $|M|^2$  е **близко до единица** и  $ft$  е малко. При **голяма промяна на структурата**  $|M|^2 \ll 1$  и  $ft$  нараства силно. Визуално  $|M|^2$  зависи от възприетия вид взаимодействие.

Величината  $\lg ft$  (десетичен логаритъм от  $ft$ ) е важна характеристика на бета-преходите, привежда се в схемите на разпад и зависи от степента на забранена прехода. Величината  $T_{1/2}$  се определя експериментално, а  $f(\epsilon_0)$  е табулирана.

Една илюстрация: Параметри на някои "свърхразрешени"  $\beta$ -преходи:

	$I_i^{\pi_i}$	$I_f^{\pi_f}$	$\Delta I$	$\Delta P$	$T_{1/2}$	$E_{\max}$ MeV	$\lg ft$	Тип
$\beta^-$ $n \rightarrow p$	$1/2^+$	$1/2^+$	0	не	11,7 min	0,78	3,07	Ф+ГТ
$\beta^-$ ${}^3_1\text{H}_2 \rightarrow {}^3_2\text{He}_1$	$1/2^+$	$1/2^+$	0	не	12,4 a	0,018	3,1	Ф+ГТ
$\beta^-$ ${}^6_2\text{He}_4 \rightarrow {}^6_3\text{Li}_3$	$0^+$	$1^+$	1	не	0,8 s	3,22	2,9	ГТ
$\beta^+$ ${}^{11}_6\text{C}_5 \rightarrow {}^{11}_5\text{B}_6$	$3/2^-$	$3/2^-$	0	не	20,4 min	0,99	3,59	Ф+ГТ
$\beta^+$ ${}^{26}_{13}\text{Al}_{13} \rightarrow {}^{26}_{12}\text{Mg}_{14}$	$0^+$	$0^+$	0	не	6,4 s	3,2	3,48	Ф

Независимо от огромните разлики в  $T_{1/2}$  и енергиите на бета-преходите се вижда, че  $\lg ft \approx \text{const}$  (3 - 3,5) за цялата група.

"Свърхразрешени" преходи се наблюдават при леките ядра с  $A \leq 40$ . Те се извършват без изменение на структурата на ядрото, при това особено облекчени са преходите, когато протона и неутрона, участващи в  $\beta$ -взаимодействието (в начално и крайно състояние) са в **едно и също квантово състояние** (слоист модел на ядрото – "протонната" и "неутронната" ями се запълват поотделно). Очевидно това е възможно, когато  $Z \approx N$  (начало на периодичната система).

За "нормално" разрешените преходи  $\lg ft \approx 5$ . Те се наблюдават при тежките ядра, когато  $N > Z$  и протона и неутрона, участващи в  $\beta$ -разпада не могат да се

намират в едно и също квантовомеханично състояние, тъй като "потенциалните ями" за протоните и неутроните са различно запълнени.

## Б. Някои практически правила

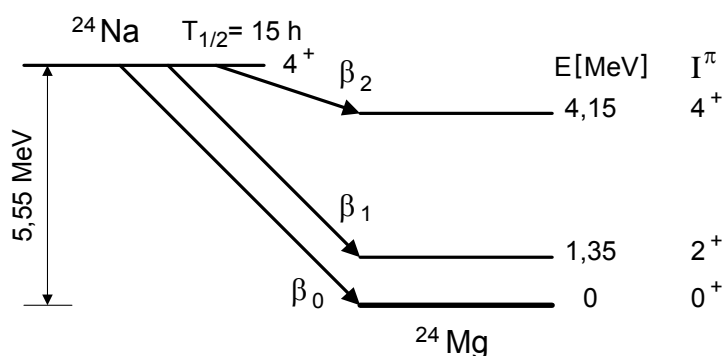
За пресмятане на  $lgft$  се използва функцията  $f(\epsilon_0, Z)$ , която е табулирана (Джелепов и Зырянова) и периода на полуразпадане  $T_{1/2}$  в секунди.

В много случаи имаме  $\beta$ -преходи до възбудени ядрени състояния с различни енергии (гранични) и интензитети (парциални  $\beta$ -спектри). В тези случаи при пресмятане на  $lgft$  се използват **граничната енергия** на съответния  $\beta$ -преход и неговия **парциален период на полуразпадане**  $T_{1/2}^n$ , като:

$$T_{1/2}^n = T_{1/2} \left( \frac{I_\beta}{I_\beta^n} \right) ; \quad T_{1/2}^n = T_{1/2} \left( \frac{100}{I_\beta^n \%} \right) ; \quad (T_{1/2}^n > T_{1/2})$$

където:  $T_{1/2}$  - пълен период на полуразпадане на стартовия нуклид;  $I_\beta$  - пълен интензитет на бета-прехода;  $I_\beta^n$  - интензитет на съответния бета-преход, ако  $I_\beta^n$  е в % на 100 разпада.

### Един пример:



Фиг.121. Бета-преходи при разпада на  $^{24}\text{Na}$ .

	$E_{\text{гр}}$ [MeV]	$I_n$ [%]	$T_{1/2}^n$ [s]	$\Delta I$	$\Delta P$	$lgft$	Тип
$\beta_0$	5,55	$10^{-11}$	$5,4 \cdot 10^{17}$	4	не	(20)	(забранен – 4 порядък)
$\beta_1$	4,2	$10^{-3}$	$5,4 \cdot 10^9$	2	не	12,7	(забранен 2 порядък – неуникален)

$\beta_2$	1,4	100	$5,4 \cdot 10^4$	0	не	6,1	(Ф+ГТ нормален – разрешен)
-----------	-----	-----	------------------	---	----	-----	----------------------------

## В. Класификация на $\beta$ -преходите. Степен на забрана.

Освен разрешените (и свръхразрешените) Фермиевски и Гамов-Телеровски и смесени  $\beta$ -преходи с вече коментираните правила за отбор  $\Delta I = 0$ ;  $\Delta I = 0, 1$ ;  $\Delta P$  - **не**, съществуват  $\beta$ -преходи с по-голяма промяна на спина и изменение на четността, наречени (условно) "**забранени**". При забранените преходи двойката  $(e, \nu)$  освен собствения си спинов момент  $S_e + S_\nu$ , отнася и определен **орбитален момент** :  $I = I_e + I_\nu$  (цял), който определя степента (порядъка) на забрана.

За разрешените преходи  $I = 0$  (Ф, ГТ)

За еднократно забранените преходи  $I = 1$

За двукратно забранените преходи  $I = 2$  и т.н.

Поради много малкия "радиус на действие" на бета-взаимодействието (много по-малък от размерите на ядрото), вероятността за преходи с изнасяне на  $I \neq 0$  е **малка и намалява с нарастване на  $I$** .

С нарастване на степента на забрана **нараства** и  **$lgft$** , при което преходите се групират по следния начин:

	разрешени		забранени		
	свръх	нормални	1 порядък	2 порядък	3 порядък
<b><math>lgft</math></b> средно за групата	3,5	5	9	15	18

От горната таблица се вижда бързото нарастване на  **$lgft$**  с нарастване на порядъка на забрана (приведения период  **$ft$**  нараства средно с по  $10^4$ ).



### Обща класификация на $\beta$ -преходите:

забрана	$\Delta P = (-1)^n$	$\Delta I = n, n+1$	Тип	Нуклид (lgft)
разрешени $n = 0$	не	$\Delta I = 0$ ( $0 \rightarrow 0$ ) <hr/> $\Delta I = 0, 1$ (без $0 \rightarrow 0$ )	Ферми <hr/> ГТ чисти и Смесени	<hr/> $^{24}\text{Na}$ (6,1); $^{22}\text{Na}$ (7,4); $^{60}\text{Co}$ (7,5)
забранени 1 порядък $n = 1$	да	$\Delta I = 0, 1$ <hr/> $\Delta I = 2$	неуникални <hr/> уникални	<hr/> $^{137}\text{Cs}$ (9,6); $^{90}\text{Sr}$ (9,4); $^{90}\text{Y}$ (9,2)
забранени 2 порядък $n = 2$	не	$\Delta I = 2$ <hr/> $\Delta I = 3$	неуникални <hr/> уникални	$^{24}\text{Na}$ (12,7) (слаб) $^{137}\text{Cs}$ (12,1) (слаб) <hr/>
забранени 3 порядък $n = 3$	да	$\Delta I = 3$ <hr/> $\Delta I = 4$	неуникални <hr/> уникални	<hr/> $^{40}\text{K}$ (18,1)

### Г. Правила за отбор по изотопически спин

Въвежда се величината за нуклоните  $T = 1/2$

$T_z = 1/2$  - протон;  $T_z = -1/2$  - неутрон

$$T = \sum_i t_i \geq \left| \frac{2Z - A}{2} \right| \quad \text{- за ядро}$$

$$T = T_z \quad ; \quad T_z = \frac{2Z - A}{2} \quad \text{- за ядро в основно състояние}$$

За Фермиевските преходи ( $0 \rightarrow 0$ )  $\Delta T = 0$ ;  $\Delta T_z = \pm 1$

За Гамов-Телеровските и забранените преходи  $\Delta T = 0, \pm 1$ ;  $\Delta T_z = \pm 1$

Въвеждането на правила за отбор по изоспин се е наложило поради откриване на  $\beta$ -преходи от Фермиевски тип  $0^+ \rightarrow 0^+$  които вместо обичайното  $\lg ft = 3$  имат  $\lg ft \approx 9$ .

Пример:  $^{170}_{71}\text{Lu} \xrightarrow{\beta^+} ^{170}_{70}\text{Yb} ; 0^+ \rightarrow 0^+$  но  $\Delta T = 1$  - забранен по изоспин и поради това силно **забавен**.

При анализа на  $\beta$ -преходите по  $\lg ft$  трябва да се имат предвид и тези правила за отбор, както и някои допълнителни забрани за деформираните ядра.

Трябва да се отбележи, че за **забранените "уникални"** преходи графикът на Кюри се **отличава от права линия**. Често по формата му (поправъчни коефициенти) може да се съди за порядъка на забраната.

#### Практически извод:

Изследването на **формата** на графика на Кюри, както и **определянето на типа** на  $\beta$ -прехода ( $\lg ft$ ) носи ценна информация за **структурата** на ядрото в начално и крайно състояние.

Експерименталните  $\beta$ -спектри (по енергия или импулс), а от там и графика на Кюри, **винаги са конволюция** от истинското разпределение и формата на апаратурната линия ("отклика" на спектрометъра на моноенергетични електрони).

Детайли във формата на  $\beta$ -спектъра и неговото поведение близо до граничната енергия могат да се получат само при **добра разделителна способност** на прибора - малка полуширина на апаратурната линия. Подобряването на разделителната способност на  $\beta$ -спектрометрите не е самоцелно.

## VII. КОНСТАНТА НА СЛАБОТО ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Вече беше показано, че:

$$ft = \frac{\ln 2}{C' |M|^2}$$

Константата **C'** съдържа в себе си константата на слабото взаимодействие **G**:

$$C' = \frac{G^2 m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} [s^{-1}]$$

За някои особено прости случаи на  $\beta$ -преходи, за които е известен ядрения матричен елемент  $|M|^2$ ,  $C'$  може да се сметне точно и от там да се намери константата  $G$ .

Пример:  $^{14}\text{O} \xrightarrow{\beta^+} ^{14}\text{N}$ ;  $|M|^2 = 2$ ; чист  $0^+ \rightarrow 0^+$  Фермиевски преход

Измерено  $\lg ft = 3,4$ ;  $ft = 2500 \text{ s}$ ;  $C' = \frac{\ln 2}{ft |M|^2} = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

$$G_V = \sqrt{\frac{C' 2\pi^3 \hbar^7 (m_e c^2)^2}{(m_e c)^7 c}} = \sqrt{\frac{C' 2\pi^3 \lambda_e^7 (m_e c^2)^2}{c}}$$

където  $\lambda_e = \frac{\hbar}{m_e c}$  - комптонова дължина на електрона.

Тогава:  $G_V = 1,4 \cdot 10^{-49} \text{ ерг.см}^3 = 8,8 \cdot 10^{-38} \text{ eV.см}^3$ . - **глобална константа на Ферми**, характеризираща слабото взаимодействие и в ядрените  $\beta$ -преходи, и в разпадите на лептоните ( $\mu$ ,  $\tau$ ).

Близка по стойност константа се получава и за Гамов-Телеровските  $\beta$ -преходи.

**Безразмерната константа на слабото взаимодействие:**

$$g = \frac{G_V}{\sqrt{2}} \frac{1}{m_e c^2} \left( \frac{\hbar}{m_e c} \right)^{-3} = 2,2 \cdot 10^{-12}$$

характеризира **слабото взаимодействие** в сравнение с другите известни в природата.

Безразмерната константа на **гравитационното взаимодействие:**

$$\frac{G_N (m_p)^2}{m_p c^2} \left( \frac{\hbar}{m_p c} \right)^{-1} = 5,8 \cdot 10^{-39}$$

$G_N = 6,7 \cdot 10^{-8} [\text{cm}^3/\text{g.s}^2]$  - **Нютонова гравитационна константа**

$\frac{G_N m_p^2}{m_p c^2} = 1,2 \cdot 10^{-52} [\text{cm}]$  - **гравитационен радиус на нуклона**

$$\lambda_p = \frac{\hbar}{m_p c} = 2,1 \cdot 10^{-14} \text{ [cm]} - \text{комптонова дължина на вълната на нуклона}$$

Безразмерната константа на **електромагнитното взаимодействие**:

$$\alpha = \frac{e^2}{m_e c^2} \left( \frac{\hbar}{m_e c} \right)^{-1} = 7,4 \cdot 10^{-3} = \frac{1}{137}$$

$$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2,8 \cdot 10^{-13} \text{ [cm]} - \text{класически електромагнитен радиус на електрона}$$

$$\lambda_e = \frac{\hbar}{m_e c} = 3,8 \cdot 10^{-11} \text{ [cm]} - \text{комптонова дължина на вълната на електрона}$$

Безразмерната константа на **силното (ядрено) взаимодействие**:

$$f = \frac{g_N^2}{\hbar c} \approx 15$$

$$g_N^2 = 4,7 \cdot 10^{-16} \text{ ерг.cm} = 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ eV.cm}$$

$$\hbar c = 3,15 \cdot 10^{-17} \text{ ерг.cm} = 1,97 \cdot 10^{-5} \text{ eV.cm}$$

**Радиус на действие на взаимодействията**: - Определя се от **масата на покой** на бозона - преносител на съответното взаимодействие, чрез неговата **комптонова дължина на вълната** (величина, която има значително по-дълбок физически смисъл отколкото се е предполагало първоначално):

**Гравитационно** - гравитони (безмасови) - безкраен радиус на действие

**Електромагнитно** – електромагнитни кванти (безмасови) - безкраен радиус на действие

**Силно** -  $\pi$ -мезони;  $m_\pi c^2 = 140 \text{ MeV}$

$$R_N \approx \frac{\hbar}{m_\pi c} = \lambda_\pi = 1,4 \cdot 10^{-13} \text{ [cm]}$$

**Слабо** -  $W^\pm$  векторни бозони;  $m_W c^2 = 80 \text{ GeV}$

$$R_W = \frac{\hbar}{m_W c} = \lambda_W = 2,5 \cdot 10^{-16} \text{ [cm]}$$

**Слабото взаимодействие е значително по-късодействащо от ядреното,** (около  $10^3$  пъти), така че теорията за "точково" 4-фермионно взаимодействие на Е.Ферми е оправдана *post factum*.

Теория на **Вайнберг - Салам** (1967 г.) за **“електро-слабото” взаимодействие**: Въвеждат 4 калибровъчни бозони - 2 заредени  $W^{\pm}$  (слаби заредени токове) и 2 неутрални  $W^0$  и  $B^0$ . От тях може да се построи единна теория на слабите и електромагнитни взаимодействия с 4 бозона -  $\gamma$ ,  $Z^0$ ,  $W^+$ ,  $W^-$  (последните три - носители на слабото взаимодействие) - Вайнберг, Глешоу, Салам - Нобелова награда за 1979 г. Това е първото **обединение** на взаимодействията, очакват се “великото обединение” (+ ядрено) и ...”теория на всичко” (+ гравитация).

1983 г. -  $W^{\pm}$  и  $Z^0$  - открити в ЦЕРН при взаимодействие на насрещни протон-антипротонни снопове 270 GeV всеки;  $m_{W^{\pm}}c^2 = 81$  GeV;  $m_{Z^0} = 94$  GeV – К.Рубиа и Ван дер Меер - Нобелова награда за 1984 г. Все още сме далеч от експериментите необходими за следващите обединения!