α -разпад

Основни закономерности

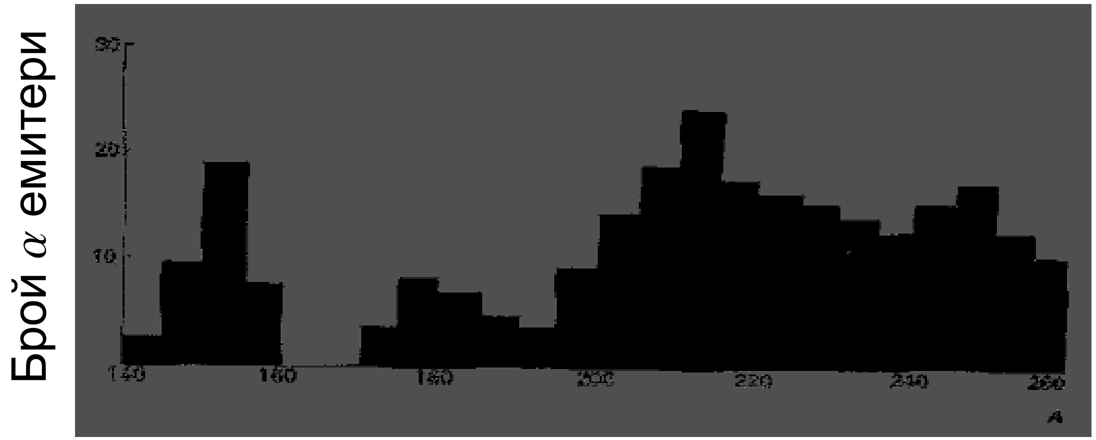
$$^{A}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y_{N-2} + \alpha$$

$\alpha \equiv {}^{4}_{2}He_{2}$ (1909 – Rutherford)

Кулонов ефект

тежки ядра

$$B(N, Z) = a_{vol}A - a_{surf}A^{2/3} - a_{c}Z(Z-1)A^{-1/3} - a_{sym}\frac{(A-2Z)^{2}}{A} + \delta$$



Най-леките α емитери

$^{105,106}Te$, ^{144}Nd

слоести ефекти

основно A > 170

Спонтанен процес – отделяне на енергия (кинетична) без външно въздействие!

α-разпада минимизира вътрешната енергията на дъщерната с-ма:

$$E_i - E_f > 0$$

Енергетично условие

в покой $\longrightarrow {}^{A}_{Z}X_N \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y_{N-2} + \alpha$

$$m_X c^2 = m_Y c^2 + T_Y + m_\alpha c^2 + T_\alpha \qquad (m_X - m_Y - m_\alpha) c^2 = T_Y + T_\alpha$$

$Q = \sum_i M_i (A, Z) - \sum_f M_f (A, Z)$ - енергията отделена при процеса

$Q = T_Y + T_\alpha$

$Q > 0$ екзотермични

$Q < 0$ ендотермични

Спонтанен разпад се наблюдава само за $Q > 0$

$$Q = m_X - m_Y - m_\alpha > 0 \qquad m_X - m_Y > m_\alpha$$

$$m = \Delta m + Ac^2 \qquad c^2 = 931.5\ \mathrm{MeV/u}$$

$$Q = \Delta m_X + Ac^2 - \Delta m_Y - (A-4) c^2 - \Delta m_\alpha - 4 c^2$$

$$= \Delta m_X - \Delta m_Y - \Delta m_\alpha > 0$$

$$m(N, Z) = N m_n + Z m_p - \frac{1}{c^2} B(N, Z)$$

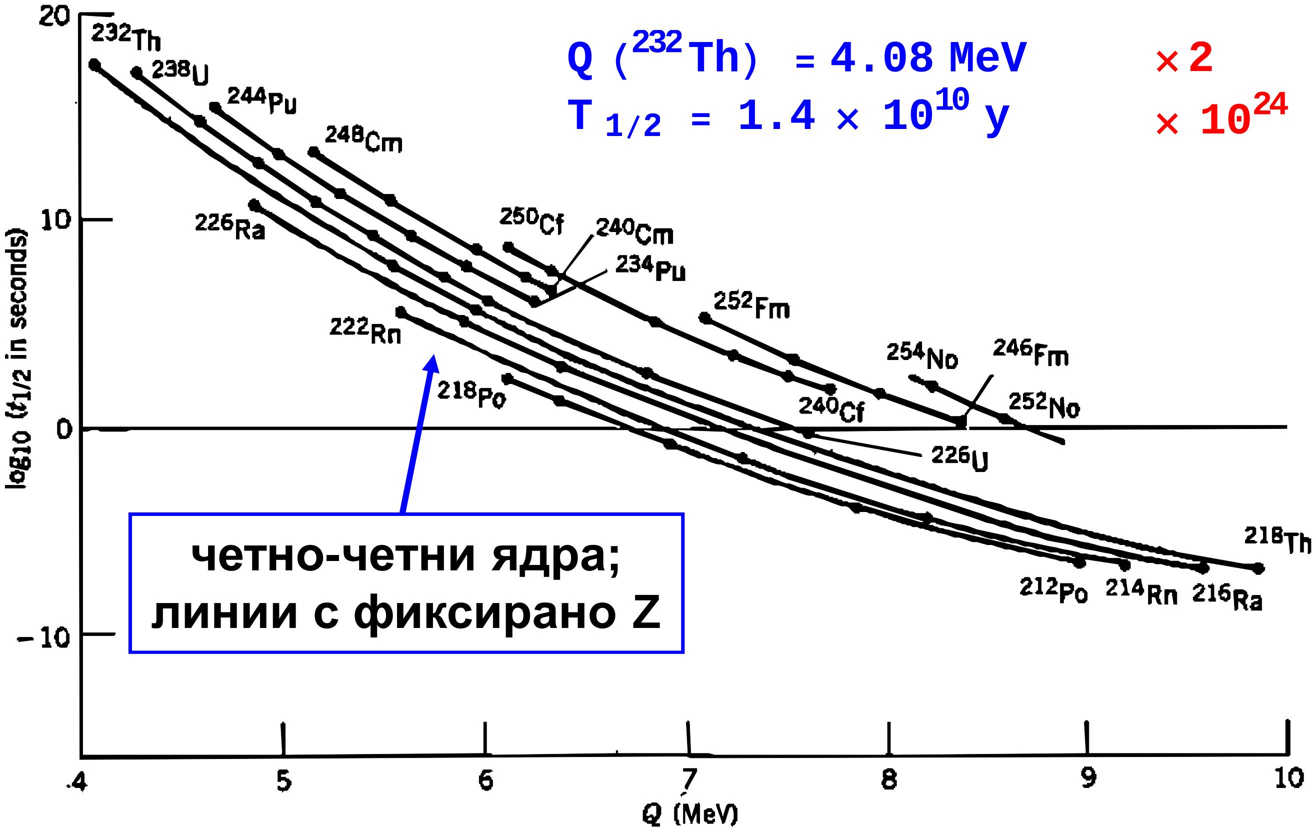
$$Q = B(2, 2) + B(N-2, Z-2) - B(N, Z) \qquad B(2, 2) > B_X(N, Z) - B_Y(N-2, Z-2)$$

Защо ^{4}He?

Закон на Geiger-Nuttall

Големи Q фактори ⟹ кратки времена на живот!

Голям Q фактор ⟹ Голяма разлика в B(Z,N) за родителското и дъщерното ядро ⟹ Родителското ядро е по-нестабилно, т.е. по-лесно се разпада



$Q(^{232}Th) = 4.08$ MeV $\times 2$

$T_{1/2} = 1.4 \times 10^{10}$ y $\times 10^{24}$

$Q(^{218}Th) = 9.85$ MeV

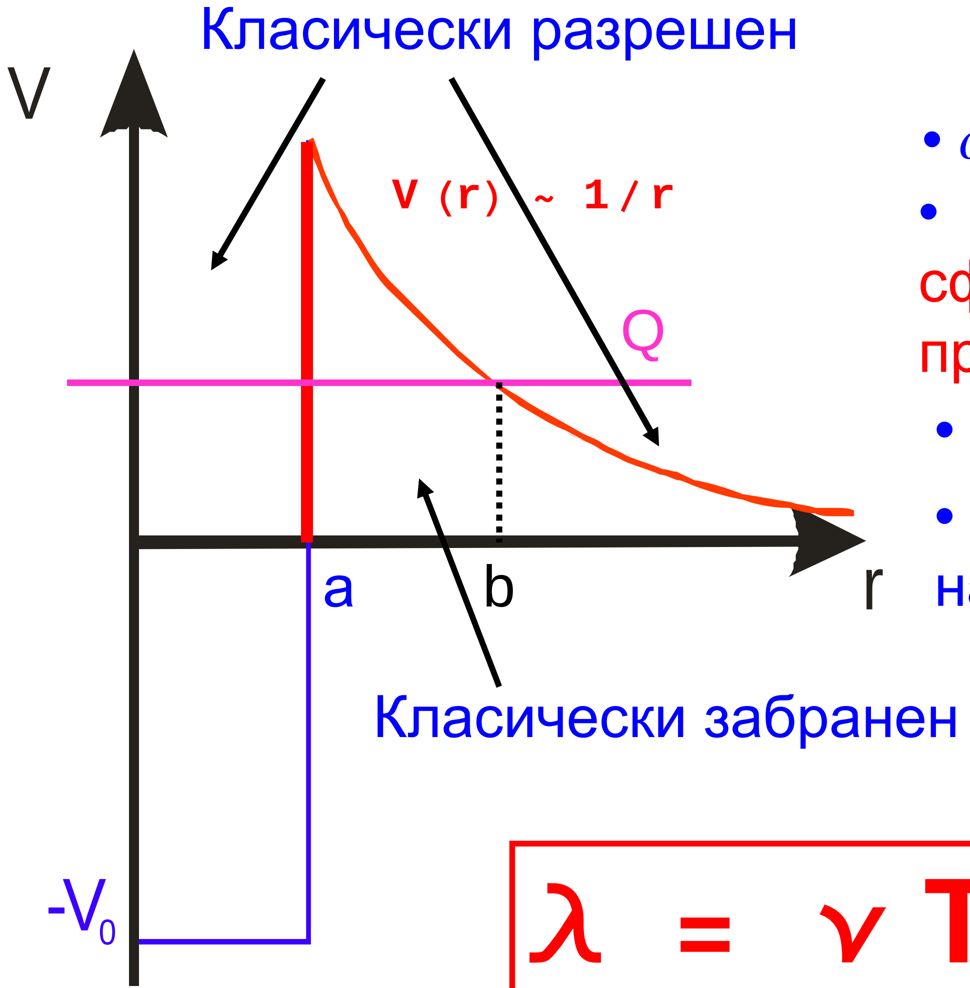
$T_{1/2} = 10^{-7}$ s

$$\lg t_{1/2} = -B \lg R_\alpha + C$$

$$R_\alpha \sim T_\alpha^{3/2}$$

Квантово описание на α-разпада

Тунелиране през ядрения кулонов бариер (Gamow, Gurney, Condon 1928)



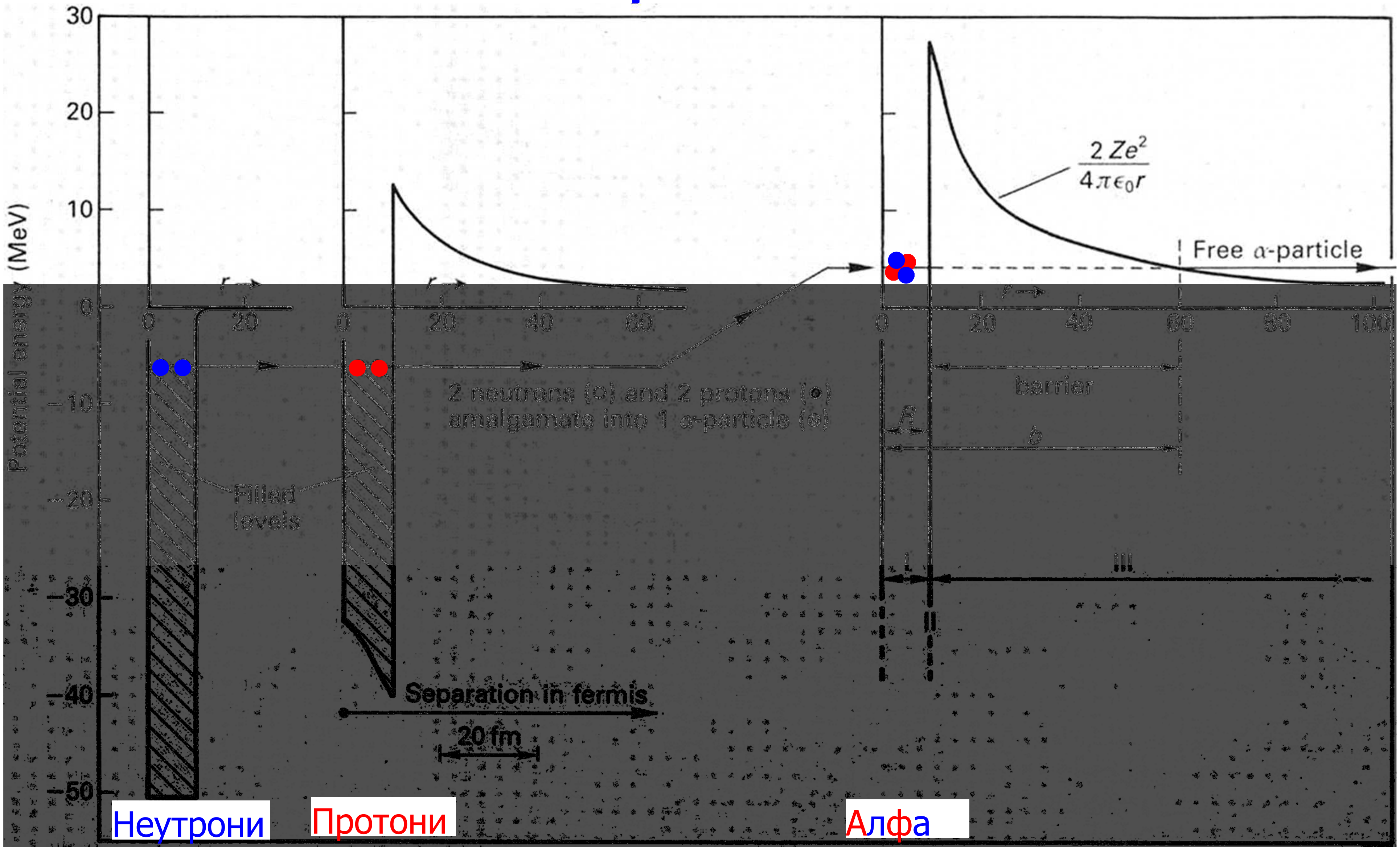
Приближения

- α частицата се формира в ядрото
- За r <a само ядрен потенциал – сферично симетрична правоъгълна яма с широчина a
- За r > a Кулонов потенциал
- енергията на α-частицата е равна на Q фактора на разпада

$$\boxed{\lambda = \nu T}$$

ν – честота на ударите с бариера
T – прозрачност на бариера

α-разпад



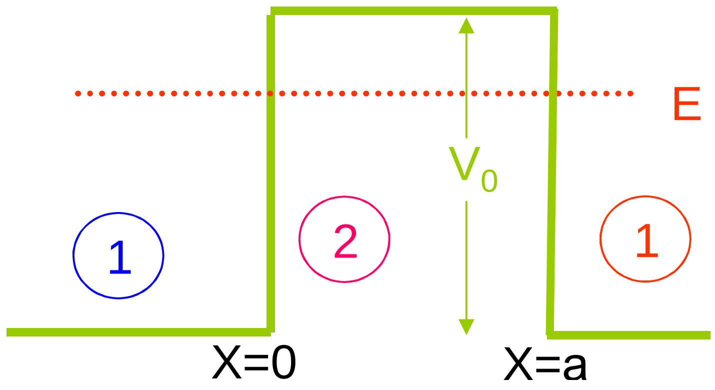
Potential energy (MeV)
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
r →
0
20
40
60
80
100
$\frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$
Free α-particle
2 neutrons (○) and 2 protons (●)
amalgamate into 1 α-particle (⊛)
barrier
R
b
Filled
levels
I
II
III
Separation in fermis
20 fm
Неутрони
Протони
Алфа

Централен потенциал

$$\psi(r,\theta,\phi) = R(r)\,Y(\theta,\phi)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{d^2R}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dR}{dr}\right)+\left[V(r)+\frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}\right]R = ER$$

Приближение: $l = 0 \Longrightarrow$ едномерна задача за тунелиране



$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ V_0 & 0 \le x \le a \\ 0 & x > a \end{cases}$$

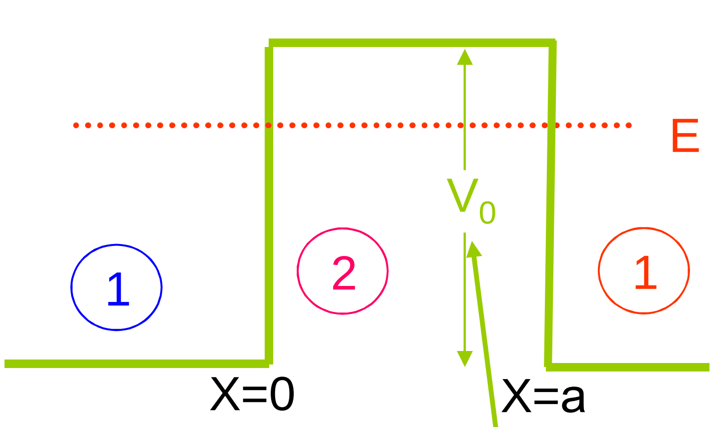
$$\psi_1(x) = A.e^{ik_1x} + B.e^{-ik_1x},\quad k_1 = \sqrt{2mE/\hbar^2}$$

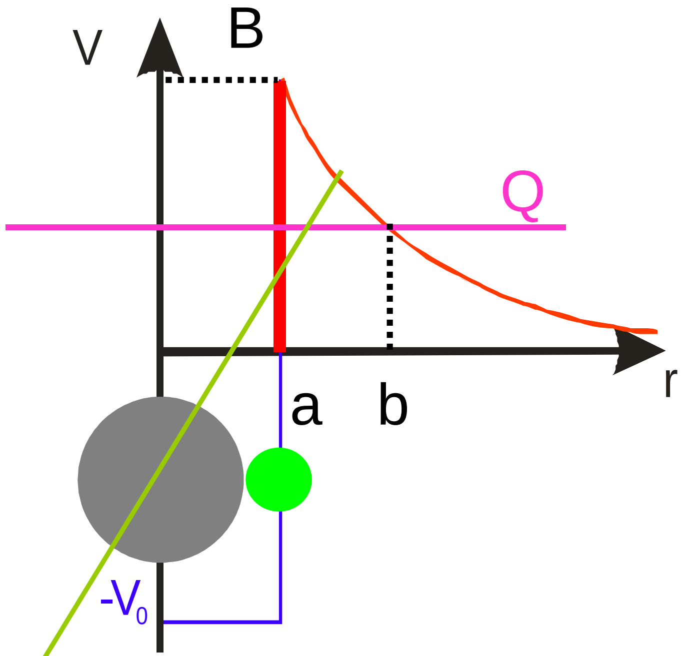
$$\psi_2(x) = C.e^{k_2x} + D.e^{-k_2x},\quad k_2 = \sqrt{2m(V_0-E)/\hbar^2}$$

$$\psi_3(x) = F.e^{ik_3x},\quad k_3 = \sqrt{2mE/\hbar^2}$$

$$\boxed{T = \frac{|F|^2}{|A|^2} = \frac{1}{1+\frac{1}{4}\frac{V_0^2}{E(V_0-E)}\sinh^2(k_2a)}}$$

Моделиране на бариера





$$T = \frac{|F|^2}{|A|^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}\frac{V_0^2}{E(V_0-E)}\sinh^2(k_2 a)}$$

- енергия на α-частицата – E = Q ($\approx$ 6 MeV)
- маса на α-частицата – m ~ 4 *amu*
- начало на потенциала – $a = R_Y + R_\alpha = 1.2\left(200^{1/3} + 4^{1/3}\right) \approx 9\ \text{fm}$
- височина на бариера: $B = V_C(r = a) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{zZ'}{a}$

$$= 1.44\ \text{MeV fm}\ \frac{2\,(88)}{9\ \text{fm}} \approx 28\ \text{MeV}$$

Приближение: $V_0 = \frac{1}{2}(B + Q)$

• край на бариера: $\dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{zZ'}{b} = Q$ $\quad b = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{zZ'}{Q} \approx 42\,\mathrm{fm}$

Приближение: $\dfrac{b-a}{2} = \dfrac{42-9}{2}\,\mathrm{fm} \approx 16\,\mathrm{fm}$

• $k_2 = \sqrt{2m(0.5(B+Q)-Q)/\hbar^2} = \sqrt{(m/\hbar^2)(B-Q)}$

$$\approx \sqrt{((4.0026\times 931.5\,\mathrm{MeV})/(197\,\mathrm{MeV\,fm})^2)\,22\,\mathrm{MeV}} = 1.45\,\mathrm{fm}^{-1}$$

$$k_2.\frac{b-a}{2} \gg 1 \qquad \sinh\left(k_2.\frac{b-a}{2}\right) \approx \frac{e^{k_2 .1/2\,(b-a)}}{2}$$

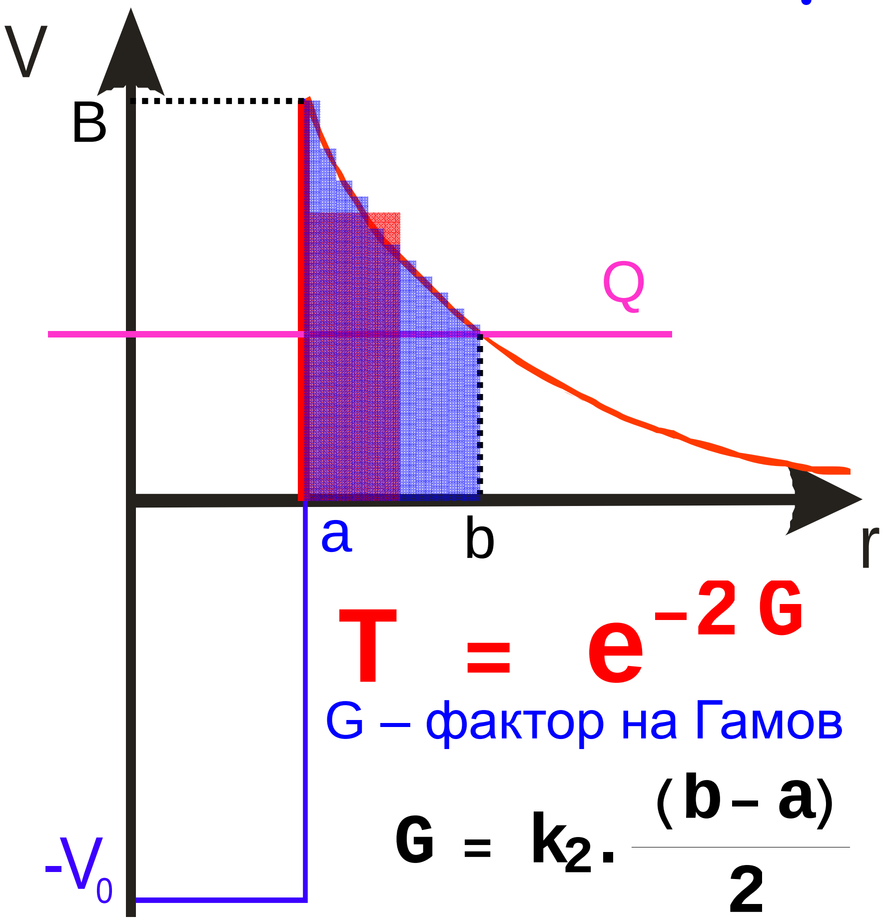
$$T \approx \frac{1}{1+\dfrac{e^{k_2.(b-a)}}{4}} \approx e^{-2.k_2.\frac{(b-a)}{2}} = 1.7\times 10^{-21}$$

$T\boxed{(Q=6\,\mathrm{MeV})} = 1.7\times 10^{-21}$ $\Longleftrightarrow$ $T\boxed{(Q=5\,\mathrm{MeV})} = 7\times 10^{-28}$

$Q = 5\,\mathrm{MeV}$

$b = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{zZ'}{Q} \approx 51\,\mathrm{fm}$ $\quad k_2 = \sqrt{(m/\hbar^2)(B-Q)} = 1.49\,\mathrm{fm}^{-1}$

Какво направихме дотук?



$$T = e^{-2G}$$

G – фактор на Гамов

$$G = k_2 . \frac{(b-a)}{2}$$

- приехме, че α-частицата се формира вътре в родителското ядрото и се движи независимо в полето на дъщерното ядро, т.е. системата е "<u>дъщерно ядро + α</u>"
- приехме, че цялата освободена енергия се отнася от α-частицата
- моделирахме Кулоновия потенциал като стъпков със височина (B+Q)/2 и широчина (a-b)/2

$$T = T_1 \times T_2 \times T_2 \ldots\ldots \times T_n$$

$$T_i = \exp\left(-2 \Delta r_i \sqrt{(2m/\hbar^2)(V(r)-Q)}\right) \qquad T = \exp\left(-2 \sum_{i=1}^{n} \Delta r_i \sqrt{(2m/\hbar^2)(V(r)-Q)}\right)$$

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \int_a^b [V(r)-Q]^{1/2} dr$$

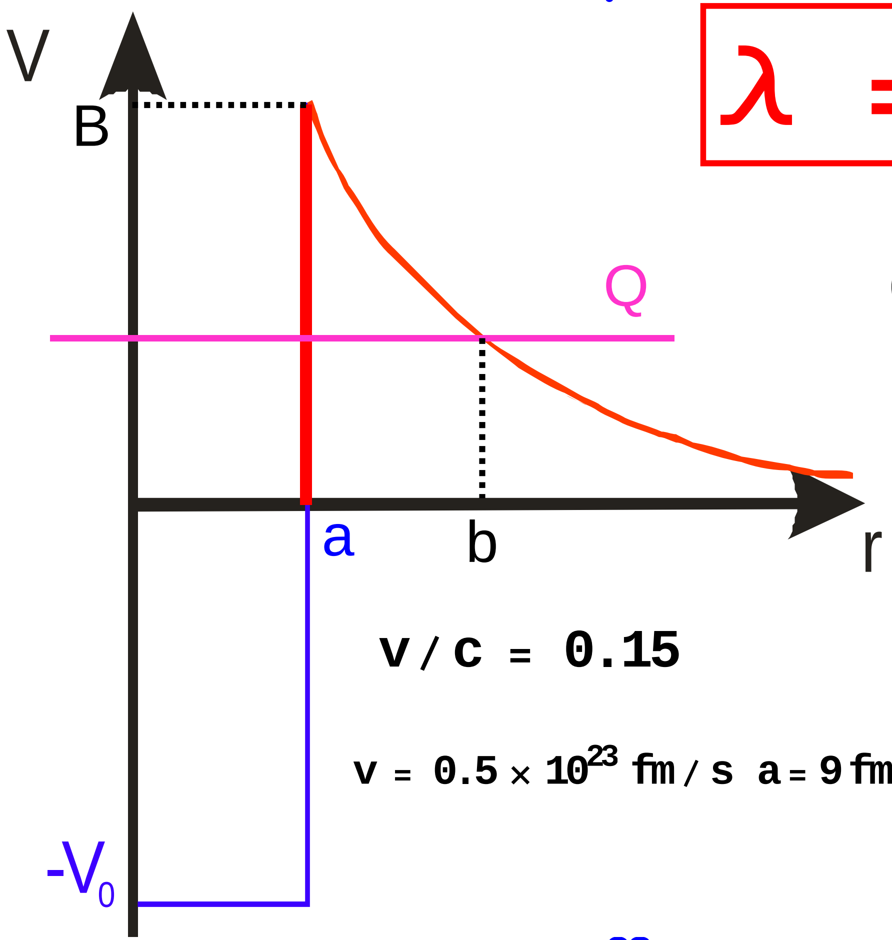
$$G = \sqrt{\frac{2m}{Q\hbar^2}} \frac{zZ'e^2}{4\pi\epsilon_0} \left[\arccos(\sqrt{x}) - \sqrt{x(1-x)}\right]$$

$$G = \sqrt{\frac{2m}{Q\hbar^2}} \frac{zZ'e^2}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\pi}{2} - 2\sqrt{x}\right]$$

$$x = a/b = Q/B << 1$$

Вероятност за преход

$$\boxed{\lambda = \nu T}$$



$$Q - V_0 = \frac{mv^2}{2}$$

v – скорост на α-частицата вътре в ядрото

$V_0 = -35$ MeV, $Q = 5$ MeV

$$80\ \text{MeV} = 3728\ \text{MeV}\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

$v/c = 0.15$

$$\nu = \frac{0.5\times10^{23}\ \text{fm/s}}{9\ \text{fm}} \approx 6\times10^{21}\ \text{s}^{-1}$$

$v = 0.5\times10^{23}$ fm/s $a = 9$ fm

$T\,(Q = 5\ \text{MeV}) = 7\times10^{-28}$ $\lambda\,(Q = 5\ \text{MeV}) = 4.7\times10^{-7}\ \text{s}^{-1}$

$t_{1/2} = 0.693/\lambda = 1.7\times10^{6}$ s

$T\,(Q = 6\ \text{MeV}) = 1.7\times10^{-21}$ $\lambda\,(Q = 6\ \text{MeV}) = 10\ \text{s}^{-1}$

$t_{1/2} = 0.693/\lambda = 70$ ms

Резултати

$$t_{1/2} = 0.693\,\frac{a}{c}\sqrt{\frac{mc^2}{2\,(V_0+Q)}}\;\mathrm{Exp}\left\{2\sqrt{\frac{2\,mc^2}{(\hbar c)^2 Q}}\;\frac{zZ'e^2}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{\pi}{2}-2\sqrt{\frac{Q}{B}}\right)\right\}$$

^{220}Th	Q=8.95 MeV	$t_{1/2}^{exp}= 10^{-5}$s	$\boxed{t_{1/2}^{th}=3.3\ 10^{-7}}$
^{222}Th	Q=8.13 MeV	$t_{1/2}^{exp}= 2.8\ 10^{-3}$s	$t_{1/2}^{th}=6.3\ 10^{-5}$
^{224}Th	Q=7.31 MeV	$t_{1/2}^{exp}= 1.04$ s	$t_{1/2}^{th}=3.3\ 10^{-2}$
^{226}Th	Q=6.45 MeV	$t_{1/2}^{exp}= 1845$ s	$t_{1/2}^{th}=6.0\ 10^{1}$
^{228}Th	Q=5.52 MeV	$t_{1/2}^{exp}= 6\ 10^{7}$ s	$t_{1/2}^{th}=2.4\ 10^{6}$
^{230}Th	Q=4.77 MeV	$t_{1/2}^{exp}= 2.5\ 10^{12}$ s	$t_{1/2}^{th}=1.0\ 10^{11}$
^{232}Th	Q=4.08 MeV	$t_{1/2}^{exp}= 4.4\ 10^{17}$ s	$t_{1/2}^{th}=2.6\ 10^{16}$

<u>Причини за несъответ-ствията :</u>

- не отчетохме вероятността за формиране на α-частица
- не отчетохме възможността за различни състояния в началната и крайната с-ма
- не отчетохме влиянието на ъгловия момент
- приехме, че ядрото е сферично $\rightarrow$ 4-5% промяна $\Longrightarrow$ фактор 5

Обяснение защо не виждаме разпади с други леки ядра

$^{220}\mathrm{Th} \longrightarrow {}^{12}\mathrm{C} + {}^{208}\mathrm{Pb}$ (Q=32.1 MeV) $\Longrightarrow t_{1/2} = 2.3\ 10^{6}$ s

Четност и спин при α-разпад

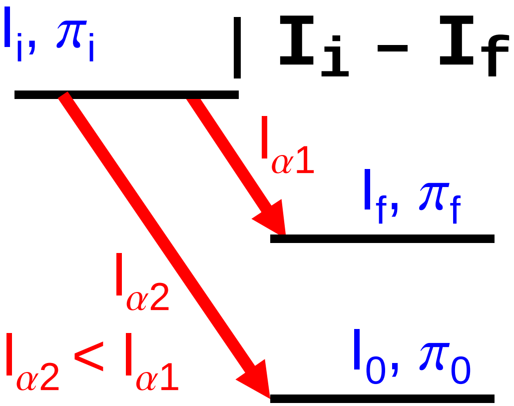
Разпадът може да води до множество нива в дъщерното ядро

E_x, I^π $\qquad\qquad$ $Q = T_\alpha - E_x$

- спин-четност на основното състояние на ^{4}He:

2 протона в $1s_{1/2} \Longrightarrow j_\pi=0$ $\quad$ 2 неутрона в $1s_{1/2} \Longrightarrow j_\nu = 0$ $\qquad I^\pi = 0^+$

- изменение на спина и четността на ядрото при разпада:

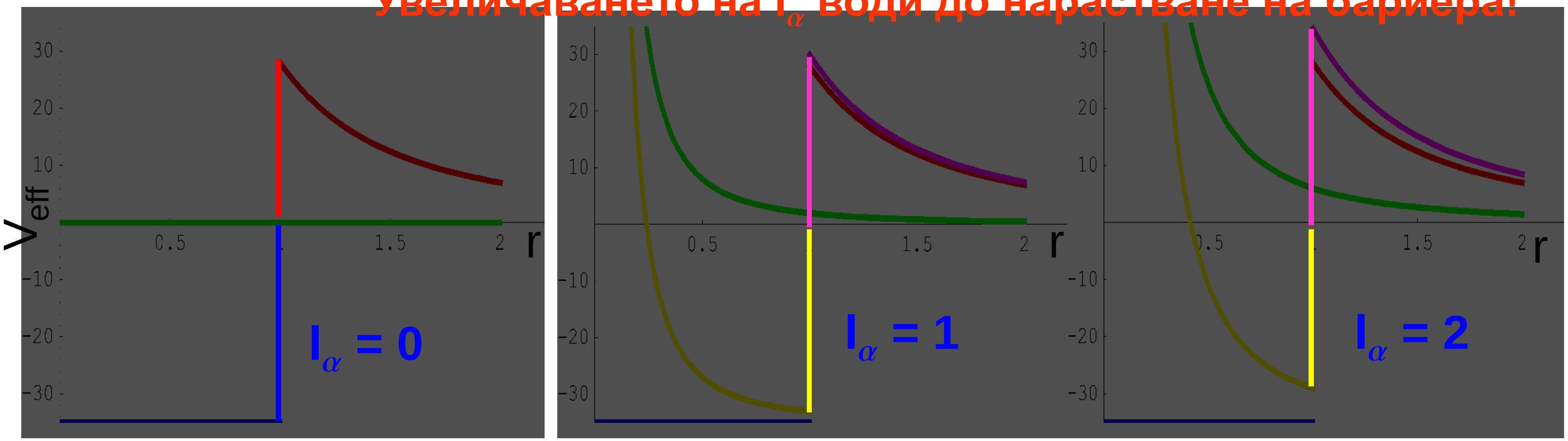


$$|I_i - I_f| \leqslant \Delta I \leqslant I_i + I_f \qquad \Delta I \equiv l_\alpha \qquad \boxed{\vec{I}_i = \vec{I}_f + \vec{l}_\alpha}$$

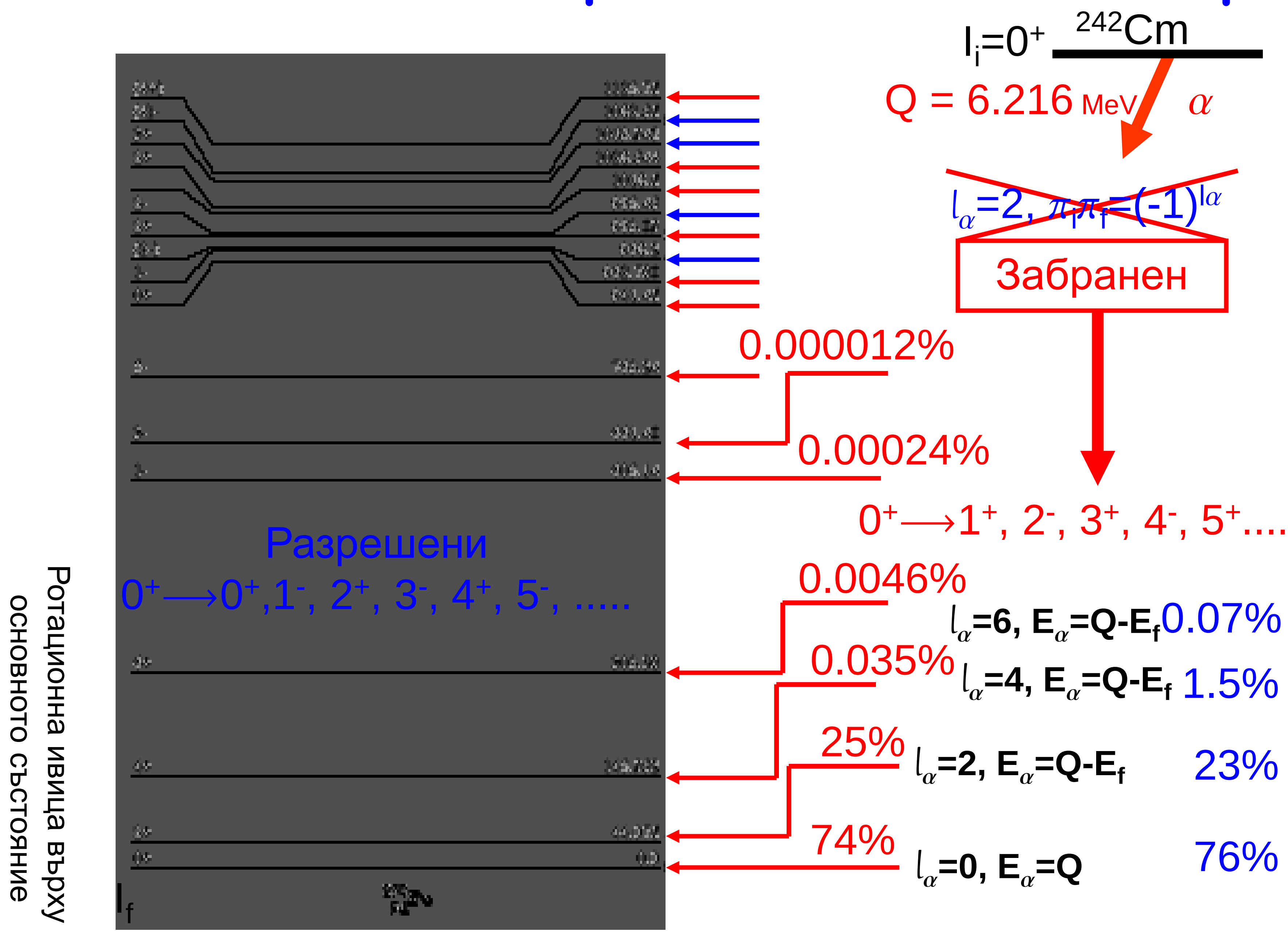
$$\pi_f . \pi_i = \pi_\alpha = (-1)^{l_\alpha}$$ $\longleftarrow$ правила на отбор

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dR}{dr}\right) + \left[V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}\right]R = E\,R$$

Увеличаването на l_α води до нарастване на бариера!



Приложение на правилата на отбор



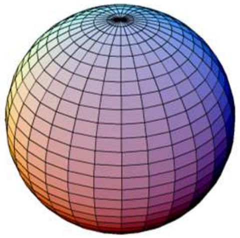
Приложение на правилата на отбор

$I_i=7/2^+$ ^{253}Es

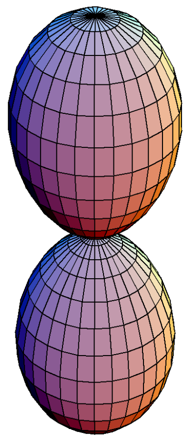
α

<u>Ъглово разпределение на α-частиците</u>

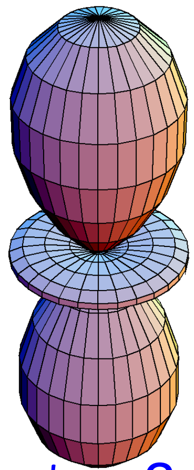
$15/2^+$



$l_\alpha = 0$



$l_\alpha = 1$



$l_\alpha = 2$

$13/2^+$

$11/2^+$ 2 0.88% 4 0.27% 6 0.003% 8

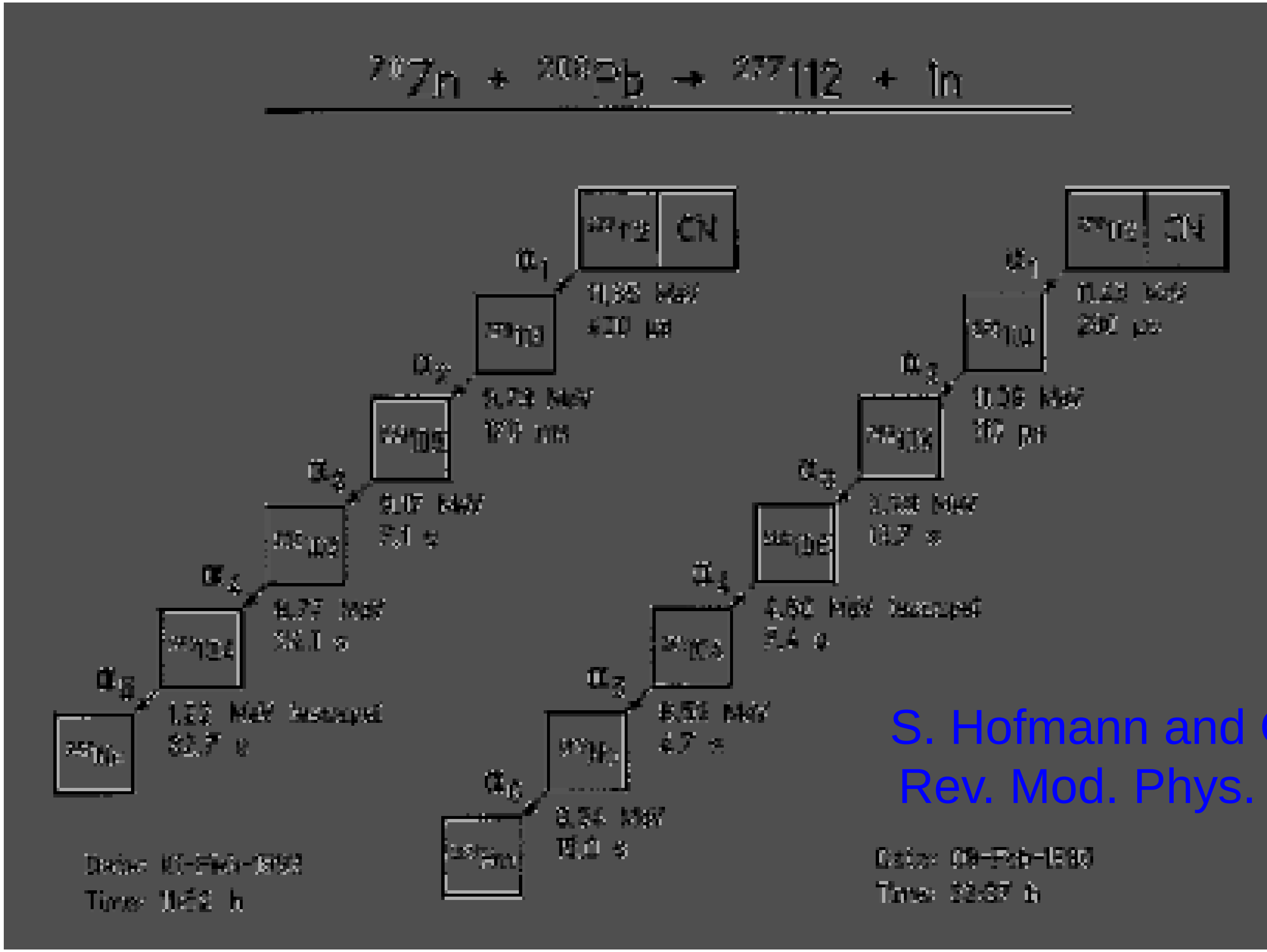
$9/2^+$ 2 5.9% 4 0.33% 6 0.001% 8

$7/2^+$ 0 79.6% 2 10% 4 0.13% 6 0.0002%

^{249}Bk

l_α I_α

Идентификация на свръх-тежки елементи



S. Hofmann and G. Münzenberg
Rev. Mod. Phys. 72, 733 (2000)