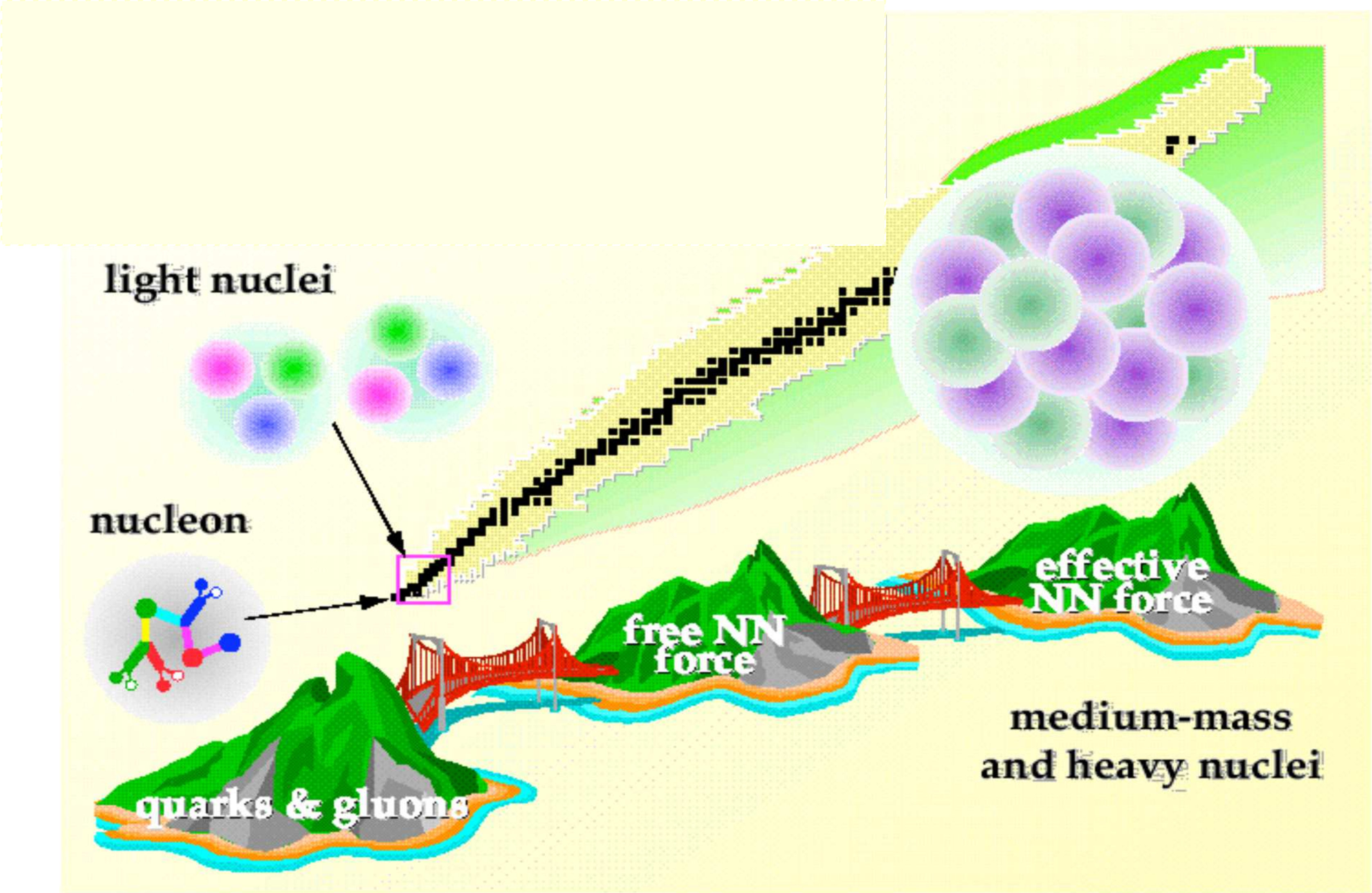
Тема 5: Ядрена физика

Domine, quo vadis? - Eo Romam iterum crucifigi.



OPEP (потенциал на еднопионен обмен)

1935 - Yukawa

$$V(r) = \frac{g_\pi^2 (m_\pi c^2)^3}{3 (Mc^2)^2 \hbar^2} \left[\vec{s}_1 . \vec{s}_2 + S_{12} \left(1 + \frac{3R}{r} + \frac{3R^2}{r^2} \right) \right] \frac{e^{-r/R}}{r/R}$$

$$R = \hbar / m_\pi c = 1.5 \text{ fm}$$

Потенциал на Hamada-Johnston(1962)

$$V = V_C(r) + V_T(r) S_{12} + V_{ls}(r) \vec{l} . \vec{S} + V_{LL}(r) L_{12}$$

$$L_{12} = (\vec{s}_1 . \vec{s}_2) l^2 - \frac{1}{2} \left[(\vec{s}_1 . \vec{l})(\vec{s}_2 . \vec{l}) + (\vec{s}_2 . \vec{l})(\vec{s}_1 . \vec{l}) \right]$$

$$V_C(r) = v_0 (\vec{\tau}_1 . \vec{\tau}_2)(\vec{s}_1 . \vec{s}_2) Y(x) [1 + a_C Y(x) + b_C Y^2(x)]$$

$$V_T(r) = v_0 (\vec{\tau}_1 . \vec{\tau}_2)(\vec{s}_1 . \vec{s}_2) Z(x) [1 + a_T Y(x) + b_T Y^2(x)]$$

$$V_{LS}(r) = g_{LS} v_0 Y^2(x) [1 + b_{LS} Y(x)]$$

$$V_{LL}(r) = g_{LL} v_0 \frac{Z(x)}{x^2} [1 + a_{LL} Y(x) + b_{LL} Y^2(x)]$$

$v_0 = 3.65$ MeV

$x = r / 1.43$ fm

$$Y(x) = \frac{e^{-x}}{x} \qquad Z(x) = \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2} \right) . Y(x)$$

Основни свойства на ядрата

Маси и разпространение на изотопите.
Енергия на свързване.
Ядрен радиус.
Разпределение на ядрения заряд
и ядрената материя.

Основни означения

1932 - Chadwick – открива неутрона – електрически неутрална частица
с маса $m_n \approx m_p$ (m_p= 938.272 MeV, m_n= 939.566 MeV, Δm=1.293 MeV)

{протон, неутрон}≡нуклеон

ЯДРО ≡ Z, N, A=N+Z

$${}^{A}_{Z}X_{N} \quad X\equiv Z \quad {}^{A}X_{N} \quad A=N+Z \quad {}^{A}X$$

$${}^{238}_{92}U_{146} \quad U\equiv 92 \quad {}^{238}U_{146} \quad 238=146+92 \quad {}^{238}U$$

Z – константа – изотопи (${}^{112}Sn$, ${}^{114}Sn$, ${}^{115}Sn$, ${}^{116}Sn$, ${}^{118}Sn$, ${}^{120}Sn$) Z=50

N – константа – изотони (${}^{132}Te$, ${}^{134}Xe$, ${}^{136}Ba$, ${}^{138}Ce$) N = 80

Ядрена маса и енергия на свързване

$$m(N, Z)\, c^2 = m_{атом}\, c^2 - Z\, m_e\, c^2 + \cancel{\sum_{i=1}^{Z} B_i^e}$$

$B^e_i \approx 10 - 100$ keV

$m(N,Z) = A*1000$ MeV

10^{-6}

$$B(N, Z) = \{Z\, m_p + N\, m_n - [m_{атом} - Z\, m_e]\}\, c^2$$

$$B(N, Z) = \{Z\,(m_p + m_e) + N\, m_n - m_A\}\, c^2$$

$$B(N, Z) = \{Z\, m(^1H) + N\, m_n - m_A\}\, c^2$$

По дефиниция: 1 u (amu) = 1/12 M(^{12}C) или M(^{12}C) = 12 u

1 u = 1.6605 10^{-24} g

c^2 = 931.494 MeV/u

m_p = 1.00782503207(10) u

m_n = 1.0086649157(6) u

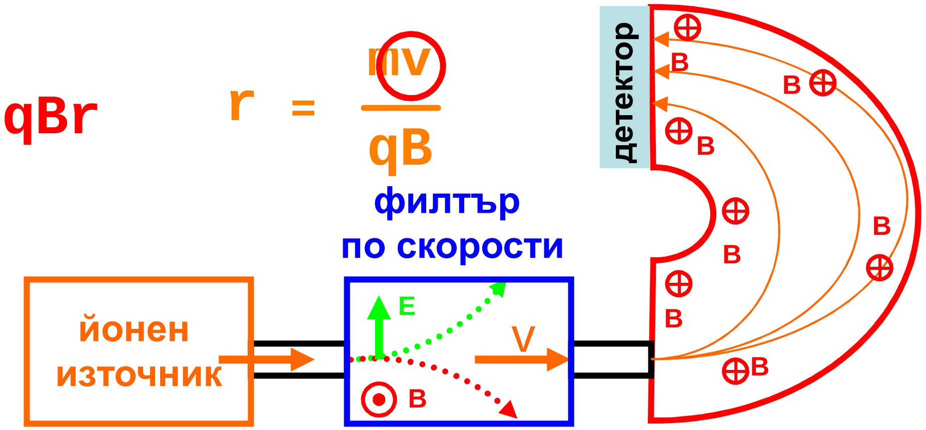
Експериментално определяне на ядрените маси

Необходима точност на измерването: 1% за определяне на относителното разпространение и 10^{-6} за определяне на масата!

Спектроскопия по маса

$$qE = qvB \qquad v = \frac{E}{B} \qquad mv = qBr \qquad r = \frac{mv}{qB}$$

$$\boxed{m = \frac{qrB^2}{E}}$$



Проблем: за директно измерване е необходимо всички параметри да се калибрират с точност $10^{-6} \Longrightarrow$ относителни измервания (метод на масовите дублети):

Приемаме $m(^{12}C) = 12.000000$ u Калибрираме за маса 128

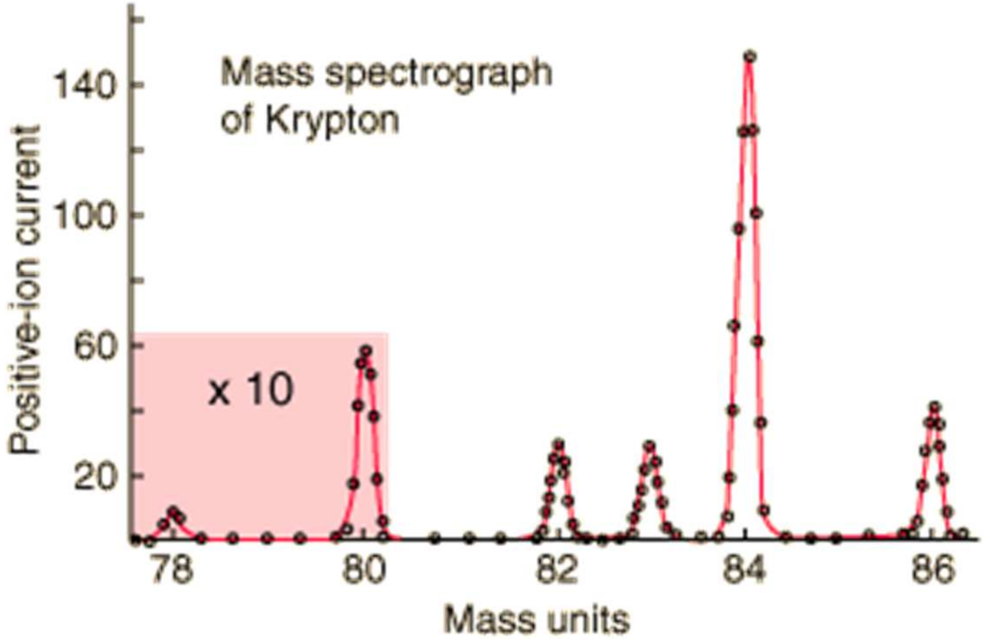
Измерваме $m(C_9H_{20})$ и $m(C_{10}H_8) \Longrightarrow \Delta = 0.09390032 \pm 0.00000012$

$\Delta = m(C_9H_{20}) - m(C_{10}H_8) = 12m(^1H) - m(^{12}C)$ $m(^1H) = (1/12)[\,m(^{12}C) + \Delta] = 1.00782503(1)$

Калибрираме за маса 28 и прилагаме същата процедура за C_2H_4 и N_2

$m(^{14}N) = 14.00307396(2)$

Разпространение на изотопите



^{78}Kr	0.356%
^{80}Kr	2.27%
^{82}Kr	11.6%
^{83}Kr	11.5%
^{84}Kr	57.0%
^{86}Kr	17.3%

$$m(\mathrm{Kr}) = 0.00356\, m(^{78}\mathrm{Kr}) + 0.0227\, m(^{80}\mathrm{Kr}) + \ldots.. = 83.8\ \mathrm{u}$$

Енергиен баланс при ядрени реакции

$$x + X \longrightarrow Y + y$$

$$m(x)c^2 + m(X)c^2 + T(x) = m(Y)c^2 + m(y)c^2 + T(Y) + T(y)$$

$$Q = [m(x) + m(X) - m(Y) - m(y)]c^2$$

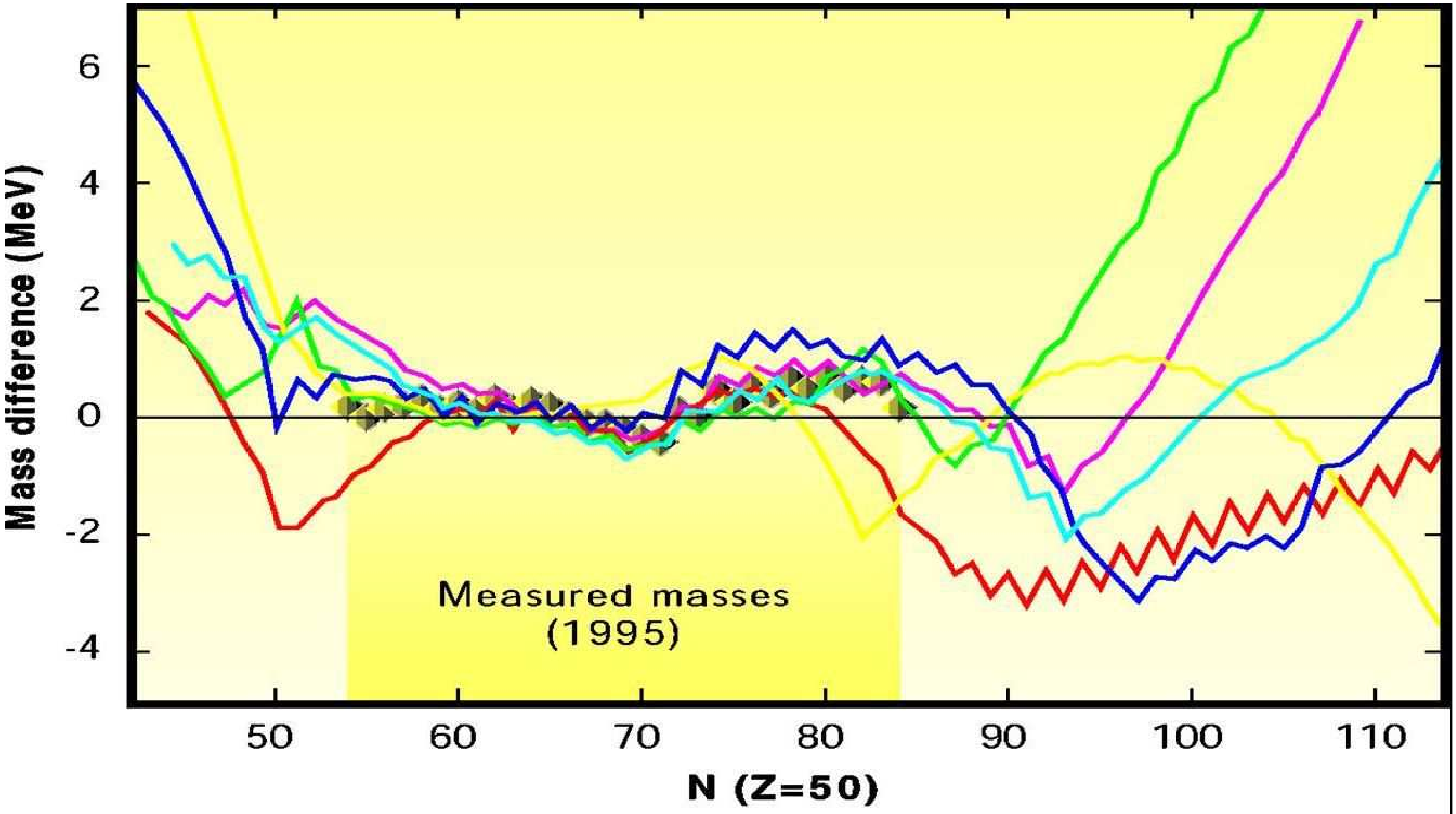
$${}^{1}H + {}^{14}N \longrightarrow {}^{12}N + {}^{3}H$$

$m({}^{1}H) = 1.007825\ u$ $m({}^{14}N) = 14.003074\ u$ $m({}^{3}H) = 3.016049$

$$Q = -22.1355(10)$$

$$m({}^{12}N) = 12.018613(1)$$

Защо е така?

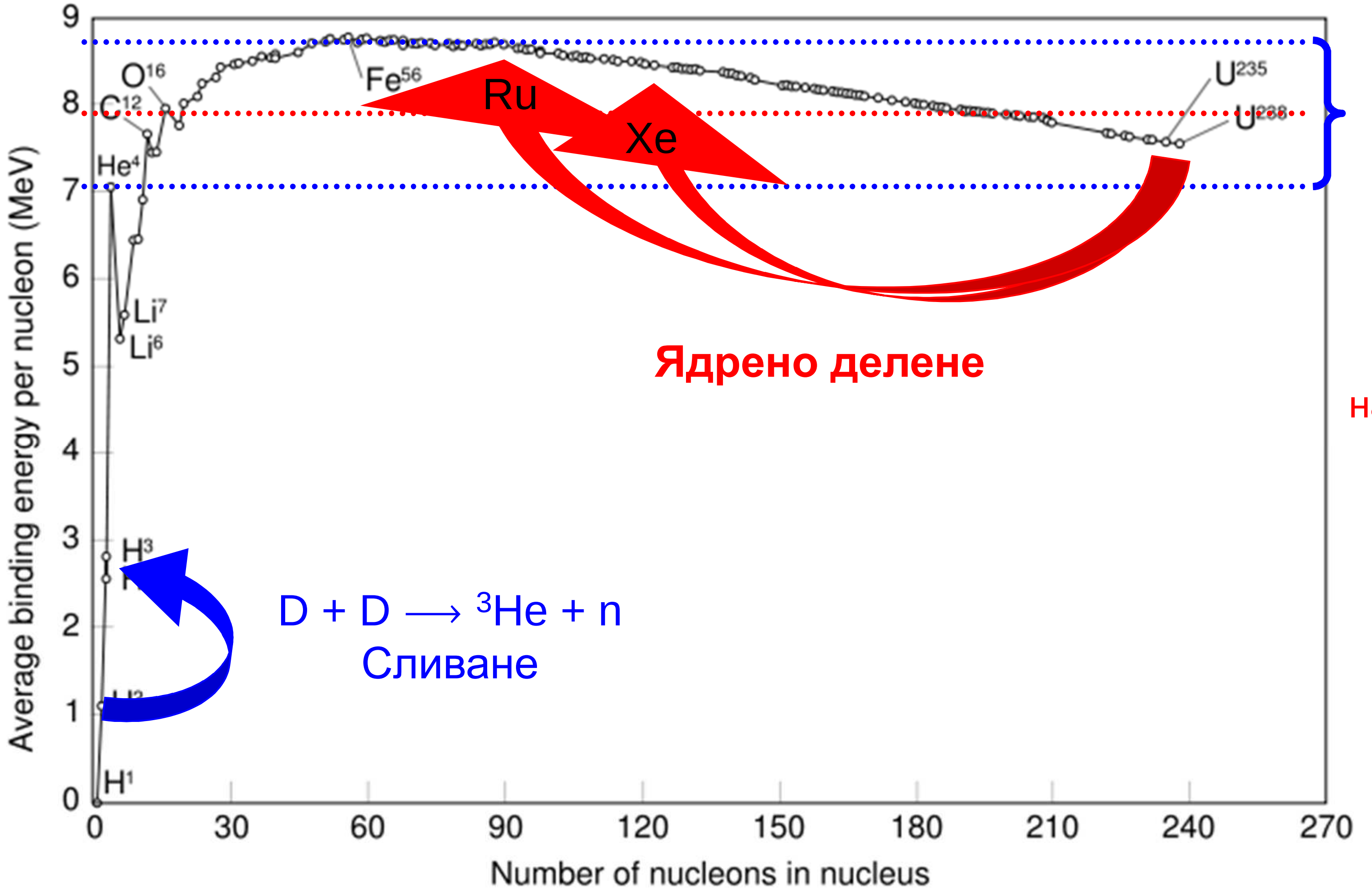


Tin isotopes

Енергия на свързване

$$m({}^{A}_{Z}X_N) = \left[Z\, m({}^{1}H) + N\, m_n - \frac{1}{c^2} \boxed{B(N, Z)} \right] \qquad \Delta = (Z\, m({}^{1}H) + N\, m_n - m({}^{A}_{Z}X_N))\, c^2$$

Енергетичния <u>остатък/излишък</u> от образуването на ядрена свързана система



B/A ~ const = =8.0(8) MeV

~~B ~ A(A-1)~~

B ~ A
най-близки съседи

Полу-емпирична масова формула

1930 Von Weizsäcker⟶ течно-капков модел

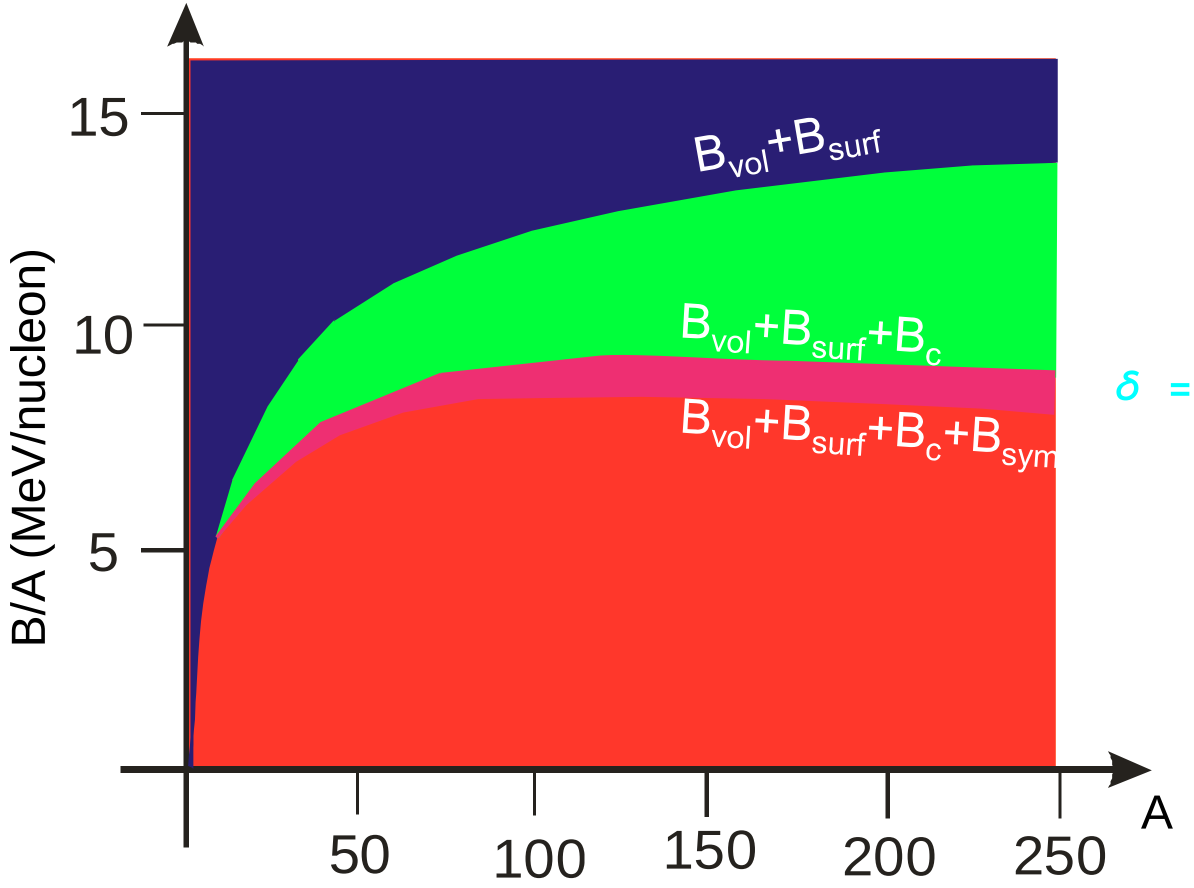
$$B(N,Z) = \boxed{a_{vol}\,A} - \boxed{a_{surf}\,A^{2/3}} - \boxed{a_c\,Z(Z-1)\,A^{-1/3}} - \boxed{a_{sym}\,\frac{(A-2Z)^2}{A}} + \delta$$

a_{vol}: 15.5 MeV

$S \sim R^2 \sim A^{2/3}$; a_{surf}: 16.8 MeV

$-\frac{3}{5}\,\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0}\,\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$; a_c: 0.72 MeV

$Z \sim N$; a_{sym}: 23 MeV



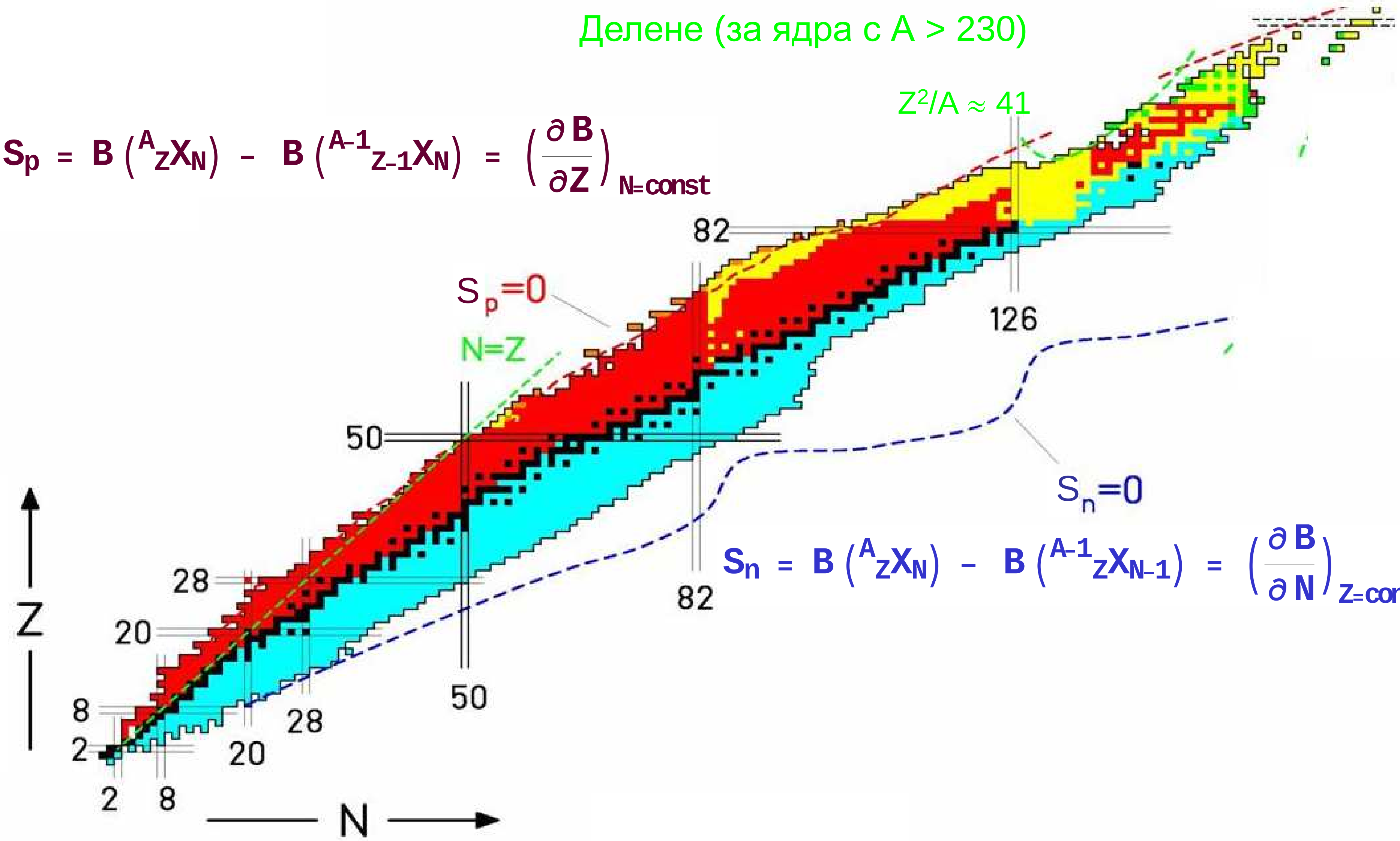
Само 4 стабилни нечетно-нечетни: ^{2}H, ^{6}Li, ^{10}B, ^{14}N

$$\delta = \begin{cases} +a_p\,A^{-3/4} & \text{за четни N и Z} \\ 0 & \text{за N или Z нечетно} \\ -a_p\,A^{-3/4} & \text{за нечетни N и Z} \end{cases}$$

$a_p = 34$ MeV

Граници на ядреното съществуване

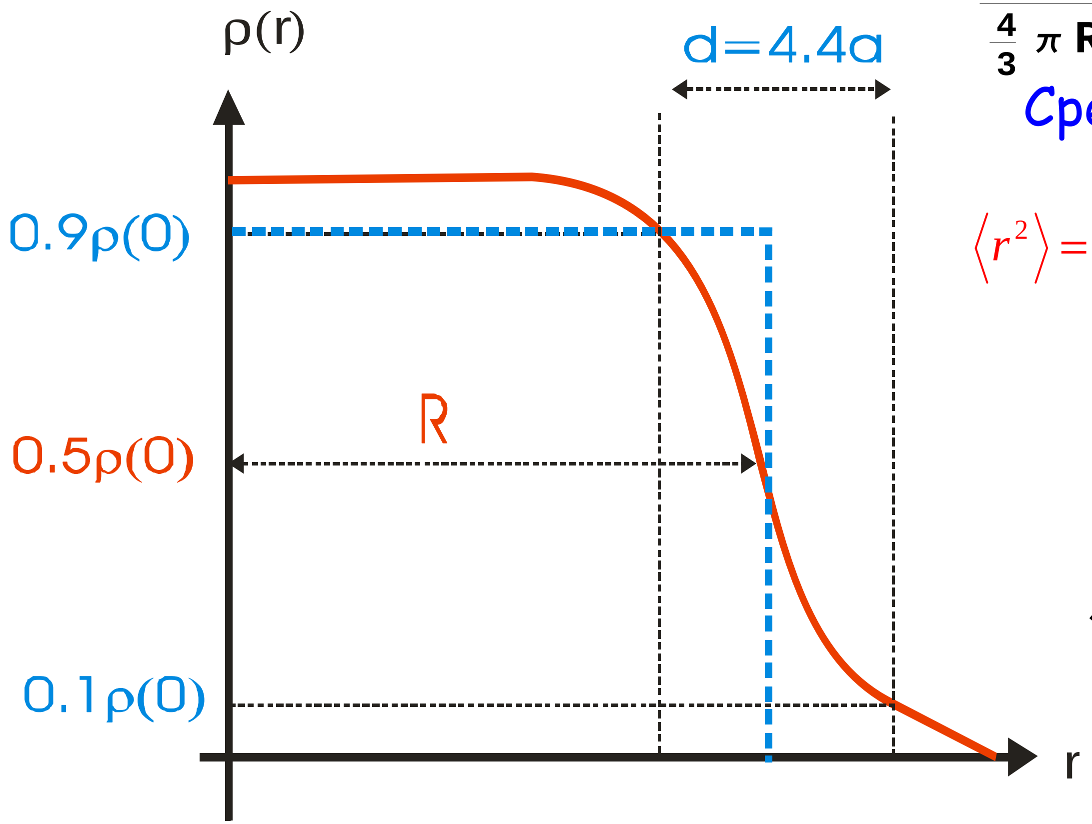
$$S_p = B\left({}^{A}_{Z}X_{N}\right) - B\left({}^{A-1}_{Z-1}X_{N}\right) = \left(\frac{\partial B}{\partial Z}\right)_{N=const}$$



$$S_n = B\left({}^{A}_{Z}X_{N}\right) - B\left({}^{A-1}_{Z}X_{N-1}\right) = \left(\frac{\partial B}{\partial N}\right)_{Z=const}$$

Ядрен радиус

Функция на Ферми $\rho(r) = \rho(0)\left[1 + \mathrm{Exp}\left(\frac{r-R}{a}\right)\right]^{-1}$



$$\frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} \sim \text{constant}$$

$$R = \text{const} \,.\, A^{1/3}$$

Средно-квадратичен радиус

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int \rho(r) r^2 d^3 r}{\int \rho(r) d^3 r} \qquad \langle r^2 \rangle^{1/2} \neq R$$

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 & r \leqslant R \\ 0 & r > R \end{cases}$$

$$\int \rho(r)\, d^3 r = \int_0^\infty \rho(r)\, r^2\, dr \int_\Omega d\Omega$$

$$= \rho_0\, 4\pi \int_0^R r^2\, dr = \frac{4\pi}{3} \rho_0 R^3$$

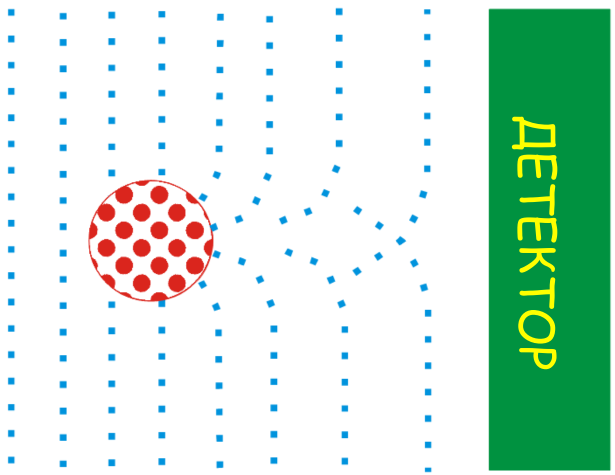
$$\int \rho(r)\, r^2\, d^3 r = \int_0^\infty \rho(r)\, r^4\, dr \int_\Omega d\Omega = \rho_0\, 4\pi \int_0^R r^4\, dr = \frac{4\pi}{5} \rho_0 R^5$$

$$\langle r^2 \rangle = \frac{3}{5} R^2 \qquad R_{rms} = \left(\frac{5}{3}\langle r^2 \rangle\right)^{1/2}$$

$$\boxed{R_{rms} \approx 1.2 x A^{1/3}\ \text{fm}}$$

Експерименти по разсейване

Оптически аналог – снемане на дифракционна картина, която отразява масовото или зарядовото разпределение на ядрената материя



Фрауенхоферова дифракция

D – диаметър на ядрото

$$D \sin \Theta = m \lambda$$

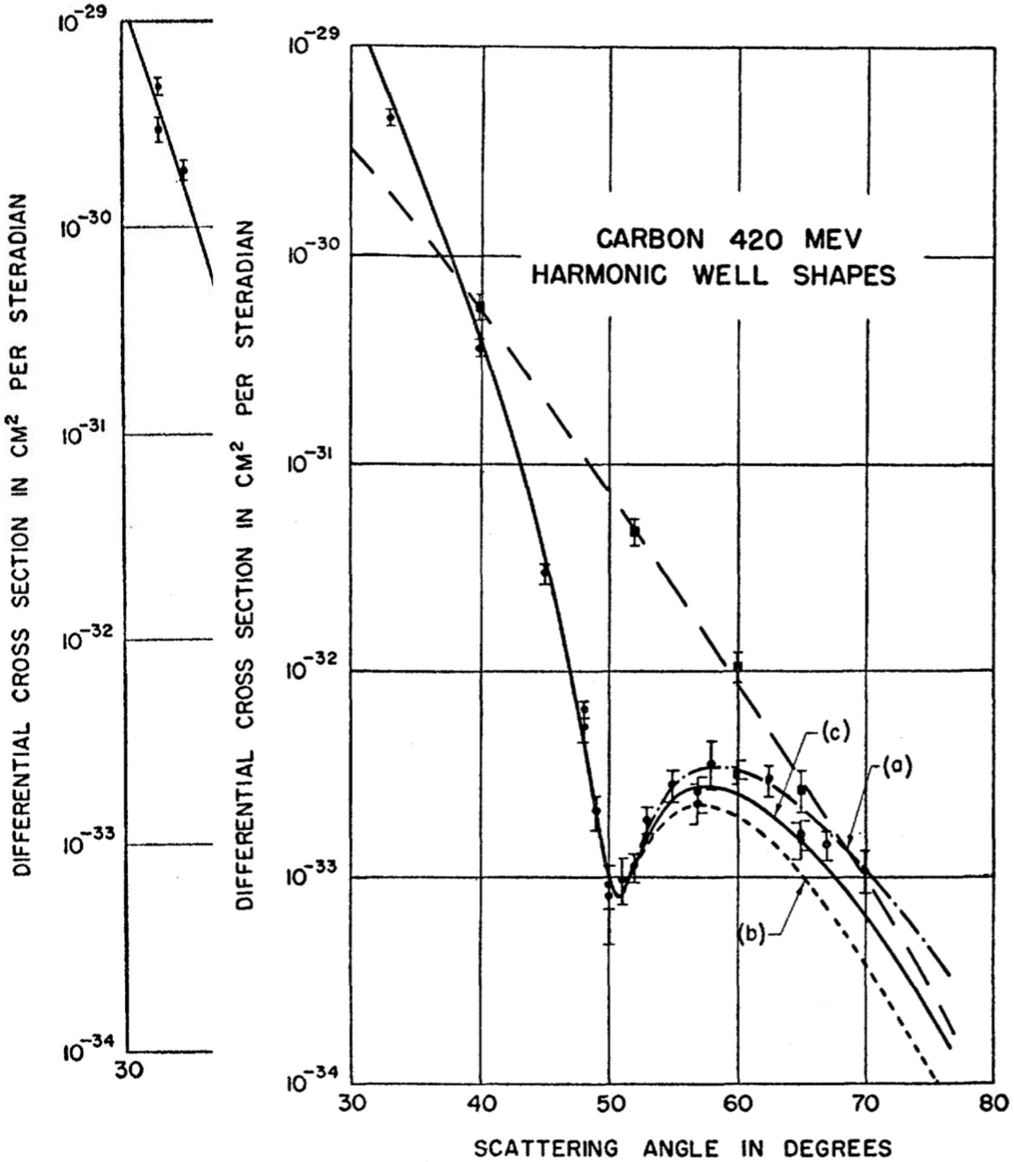
	$m_{minimum}$	$m_{maximum}$
1	1.22	1.63
2	2.23	2.68
3	3.28	3.69

$$\lambda = \frac{h}{p} \leqslant D$$

$$\lambda = \frac{2\pi\,(197.3)}{E_e\,[\mathrm{MeV}]}\ [\mathrm{fm}]$$

Обект	Скала [fm]	Енергия на електрона [MeV]
Атом	10^5	0.01
Тежко ядро (Pb)	10	100
Протон	1	1000
Кварки	0.1 ?	10000

Резултати от (e,e') експерименти



Ehrenberg *et. al.*, Phys. Rev. **113**, 666 (1959)

$E_e = 420\ \text{MeV} \Rightarrow \lambda = 2.9\ \text{fm}$

$\theta = 42^\circ$

$D.\sin(\theta) = 1.22\,\lambda$

$D = 5.28\ \text{fm}$

$r\,(^{16}O) = 2.64\ \text{fm}$

$\theta = 51^\circ$

$D = 4.56\ \text{fm}$

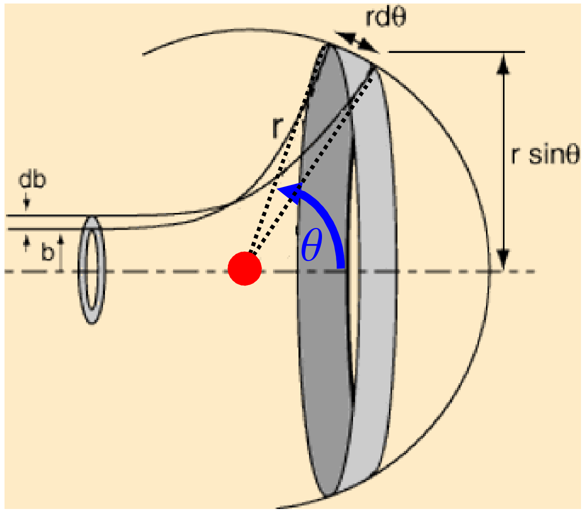
$r\,(^{12}C) = 2.28\ \text{fm}$

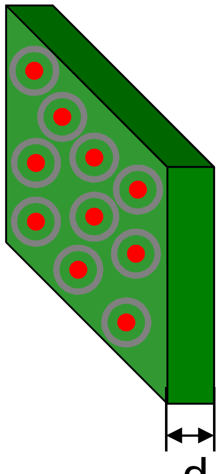
Сечение за Ръдърфордовско разсейване

$$\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1}{1+(2bE/(Zz'e^2))^2} \qquad \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2bE}{Zz'e^2} \qquad \boxed{b = \frac{Zz'e^2}{2E}\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

- за фиксирани {b,E,z'} ъгълът на разсейване нараства с нарастването на Z
- за фиксирани {b,Z,z'} ъгълът на разсейване намалява с нарастването на E
- за фиксирани {Z,z,E} ъгълът на разсейване намалява с нарастването на b

– по-малки прицелни параметри водят до по-големи ъгли на разсейване





Мишена

- разстоянието м/у ядрата е многократно по-голямо от размера им
- обемна плътност – n
- повърхностна плътност – nd
- интензивност на снопа - I_b

Приближение

Липса на многократни разсейвания

$$R = I_b n d \sigma$$

σ - сечение за разсейване

$$[\sigma] = \text{barn} = 10^{-28}\ \text{m}^2$$

Колко частици ще се разсеят в пространствен ъгъл $d\Omega$?

$(\theta,\ \theta - d\theta)$

$(b,\ b + db)$

$$df = I_b\, 2\pi\, b\, db \qquad dR = nd\ I_b\, 2\pi\, b\, db$$

$$\frac{dR}{d\Omega} = -\frac{nd\ I_b\, 2\pi\, b\, db}{2\pi \sin\theta\, d\theta} = -\frac{nd\ I_b\, b\, db}{\sin\theta\, d\theta}$$

$$\frac{dR}{d\Omega} = I_b n d \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

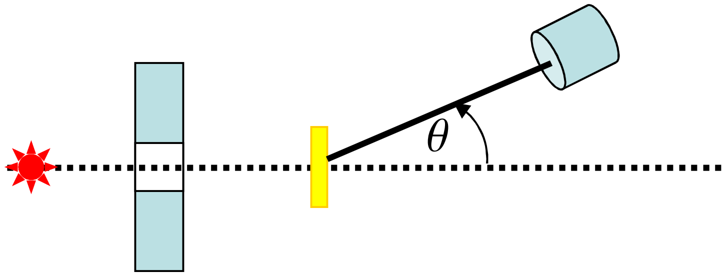
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = -\frac{b}{\sin\theta}\frac{db}{d\theta}$$

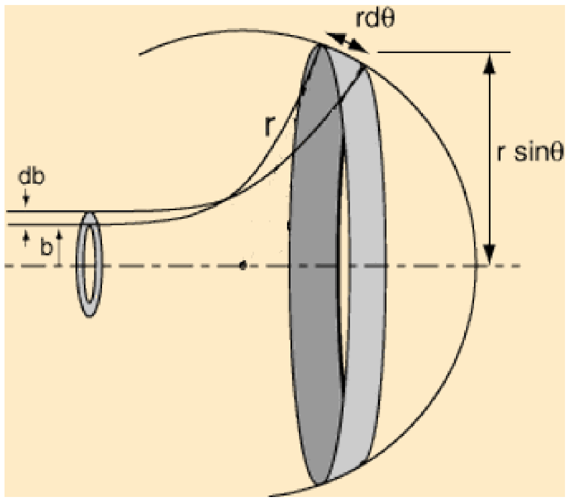
$d\sigma/d\Omega$ - диференциално сечение за разсейване

Сечение за Ръдърфордовско разсейване

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Zz'e^2}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \qquad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Zz'e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{1}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

Измерване на диференциалното сечение





$$\frac{dR}{d\Omega} = I_b n d \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

$$\frac{dR}{d\Omega} = I_b \frac{N}{S} \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

$$N = \frac{\rho S d}{A} N_A$$

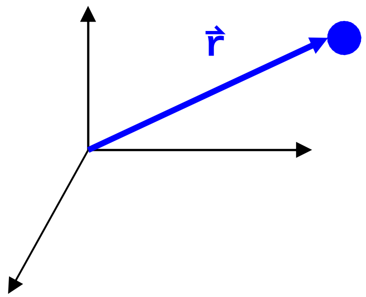
$$\frac{dR}{d\Omega} = I_b \frac{\rho d}{A} N_A \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

$$[\rho d] = mg/cm^2$$

Еластично разсейване - квантово механично описание

$e^{i\vec{k}_i.\vec{r}}$

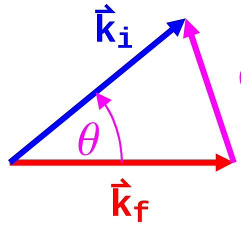
$\vec{p}_i = \hbar\,\vec{k}_i$



$V(\vec{r})$

$e^{i\vec{k}_f.\vec{r}}$

$\vec{p}_f = \hbar\,\vec{k}_f$



$\vec{q} = \hbar\,(\vec{k}_i - \vec{k}_f) = \vec{p}_i - \vec{p}_f$

$|\vec{p}_i| = |\vec{p}_f|$

Златно правило на Ферми: $\lambda(\vec{k}_i, \vec{k}_f) = \dfrac{2\pi}{\hbar}\left|M(\vec{k}_i, \vec{k}_f)\right|^2 \rho(E_f) \quad (s^{-1})$

$$\equiv \langle \psi_f \,|\, V(\vec{r}) \,|\, \psi_i \rangle \equiv \langle f \,|\, V(\vec{r}) \,|\, i \rangle$$

$$M(\vec{k}_i, \vec{k}_f) = \frac{1}{V}\int \psi_f^* V(\vec{r})\,\psi_i\, d\vec{r} = \frac{1}{V}\int e^{-i\vec{k}_f.\vec{r}}\, V(\vec{r})\, e^{i\vec{k}_i.\vec{r}}\, d\vec{r} = \frac{1}{V}\int e^{i(\vec{k}_i-\vec{k}_f).\vec{r}}\, V(\vec{r})\, d\vec{r}$$

$$d\sigma(\theta,\varphi) = \frac{m^2}{\pi\,\hbar^4} M_{fi}^2 \frac{d\Omega}{4\pi}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta,\varphi) = \frac{m^2}{4\pi^2\hbar^4} M_{fi}^2 = |f(\theta)|^2$$

$f(\theta)$ – амплитуда на разсейване

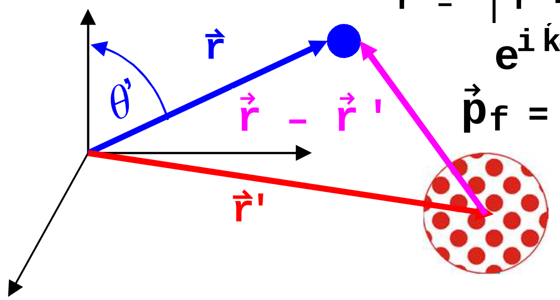
$$\boxed{f(\theta) = \frac{m}{2\pi\hbar^2}\int V(\vec{r})\, e^{\frac{i}{\hbar}\vec{q}.\vec{r}}\, d\vec{r}}$$

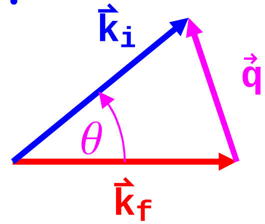
Еластично разсейване от централен потенциал

$$V(\vec{r}) = V(r) \qquad r = |\vec{r} - \vec{r}\,'|$$

$$e^{i\vec{k}_f.\vec{r}} \qquad \vec{p}_f = \hbar\vec{k}_f$$

$$e^{i\vec{k}_i.\vec{r}} \qquad \vec{p}_i = \hbar\vec{k}_i$$





$$\vec{q} = \hbar(\vec{k}_i - \vec{k}_f) = \vec{p}_i - \vec{p}_f$$

$$|\vec{p}_i| = |\vec{p}_f|$$

$$\boxed{f(\theta) = \frac{m}{2\pi\hbar^2}\int V(\vec{r})\, e^{\frac{i}{\hbar}\vec{q}.\vec{r}}\, d\vec{r}}$$

$$\vec{q}.\vec{r} = q\, r\cos\theta' \qquad d\vec{r} = r^2 \sin\theta'\, dr\, d\theta'\, d\varphi$$

$$f(\theta) = \frac{m}{2\pi\hbar^2}\int_r V(r)\, r^2\, dr \int_{\varphi'} d\varphi' \int_{\theta'} e^{\frac{i}{\hbar} q r\cos\theta'} \sin\theta'\, d\theta'$$

$$\int_0^\pi e^{\frac{i}{\hbar} q.r\cos\theta'} \sin\theta'\, d\theta' = -\frac{\hbar}{iqr}\int_0^\pi e^{\frac{i}{\hbar} q r\cos\theta'}\, d\left(\frac{i}{\hbar} q r\cos\theta'\right) = \frac{\hbar}{iqr}\int_{-\frac{i}{\hbar}qr}^{\frac{i}{\hbar}qr} e^{\xi}\, d\xi =$$

$$= \frac{\hbar}{iqr}(2i)\frac{e^{\frac{i}{\hbar}qr} - e^{-\frac{i}{\hbar}qr}}{(2i)} = \frac{2\sin(qr/\hbar)}{(qr/\hbar)}$$

$$f(\theta) = \frac{m}{2\pi\hbar^2}\, 2\pi\, \frac{2\hbar}{q}\int_0^\infty \frac{\sin(qr/\hbar)}{r} V(r)\, r^2\, dr \;\boxed{= \frac{2m}{q\hbar}\int_0^\infty \sin(qr/\hbar)\, V(r)\, r\, dr}$$

Ръдърфордовско разсейване от точков обект

$$V(r) = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}$$

$$f(\theta) = \frac{2m}{q\hbar}\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\int_0^\infty \sin(qr/\hbar)\, dr = \frac{2m}{q\hbar}\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\lim_{a\to 0}\int_0^\infty \sin(qr/\hbar)\, e^{-ra}\, dr = \frac{2m}{q\hbar}\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hbar}{q} = \frac{2m}{q^2}\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\lim_{a\to 0}\int_0^\infty \sin(bx)\, e^{-ax}\, dx = \lim_{a\to 0}\frac{b}{a^2+b^2} = \frac{1}{b} \qquad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \boxed{= \frac{4m^2}{q^4}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2}$$

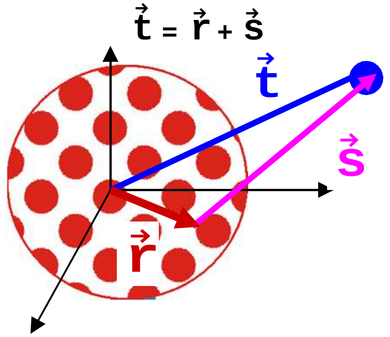
$$q = 2p\sin(\theta/2)$$

$$p = |\vec{p}_i| = |\vec{p}_f|$$

$$E = p^2/2m$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Zz'e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2\left(\frac{1}{4E}\right)^2\frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

Еластично разсейване от обект с крайни размери



$$dV = \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{\rho(r)}{s}\, d\vec{r} \qquad \boxed{f(\theta) = \frac{m}{2\pi\hbar^2}\int V(\vec{r})\, e^{\frac{i}{\hbar}\vec{q}.\vec{r}}\, d\vec{r}}$$

$$f(\theta) = \frac{m}{2\pi\hbar^2}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\int\!\!\int \frac{\rho(r)}{s}\, e^{\frac{i}{\hbar}\vec{q}.\vec{t}}\, d\vec{t}\, d\vec{s}$$

$$= \frac{m}{2\pi\hbar^2}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\int\!\!\int \frac{\rho(r)}{s}\, e^{\frac{i}{\hbar}\vec{q}.(\vec{r}+\vec{s})}\, d\vec{r}\, d\vec{s} = \int \rho(r)\, e^{\frac{i}{\hbar}\vec{q}.\vec{r}}\, d\vec{r}\;\frac{m}{2\pi\hbar^2}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\int \frac{e^{\frac{i}{\hbar}\vec{q}.\vec{s}}}{s}\, d\vec{s}$$

$$= \underbrace{\int_0^\infty \rho(r)\,\frac{\sin(qr/\hbar)}{(qr/\hbar)}\,4\pi r^2\, dr}_{F(q)} \times \underbrace{\frac{2m}{q\hbar}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\int_0^\infty \sin(qs/\hbar)\, ds}_{f(\theta)_{Ruth}}$$

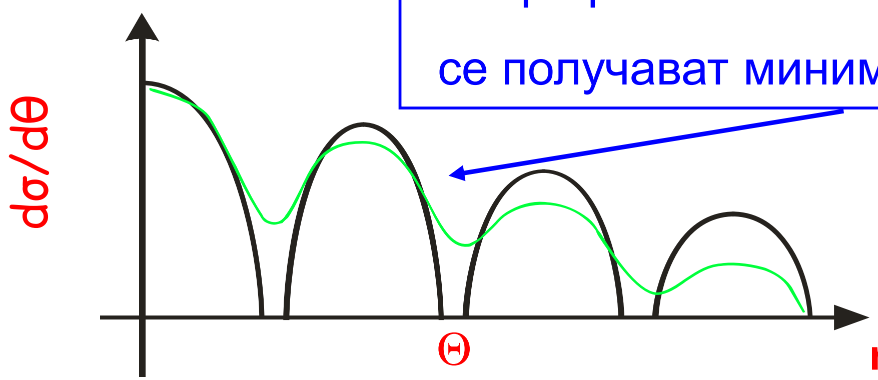
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = F^2(q)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}$$

Фурие образ на ядрената зарядова плътност

F(q) – ядрен форм-фактор

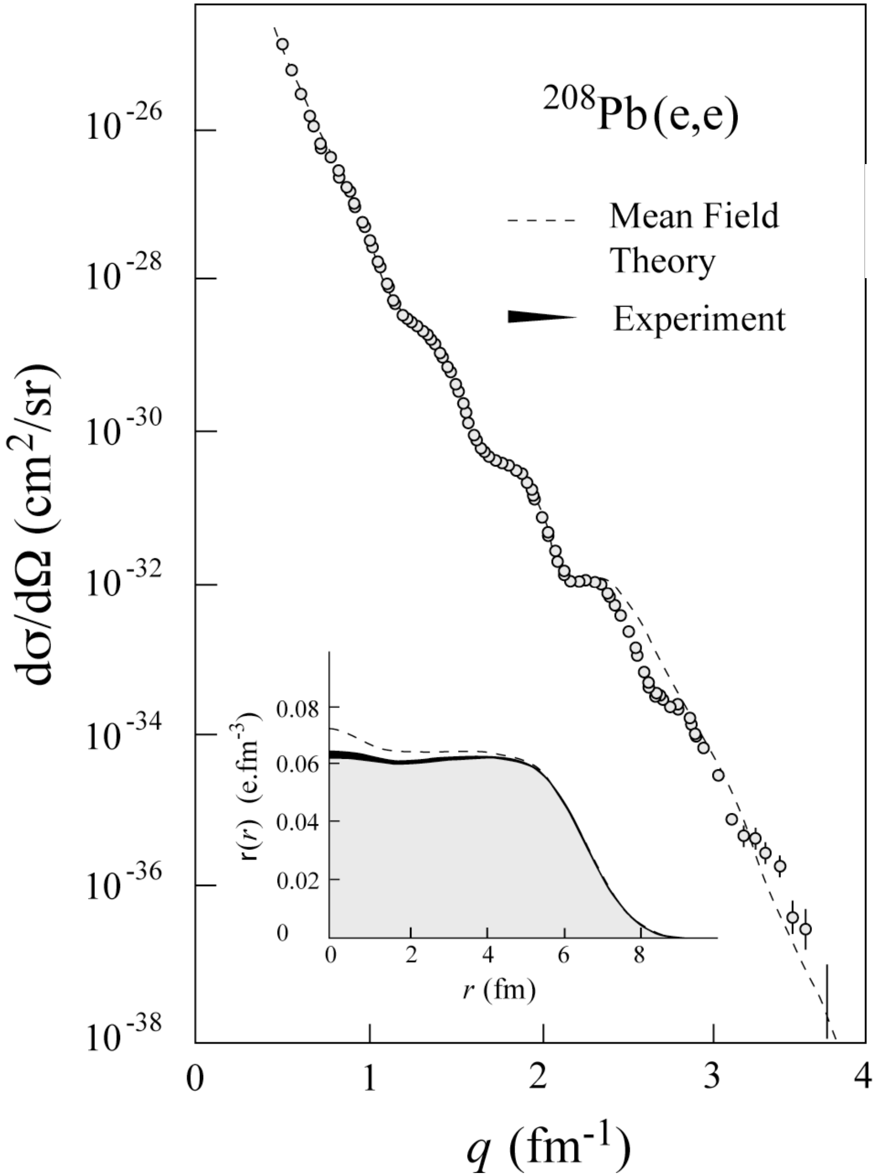
при разсейване от твърда сфера

се получават минимуми и максимуми.

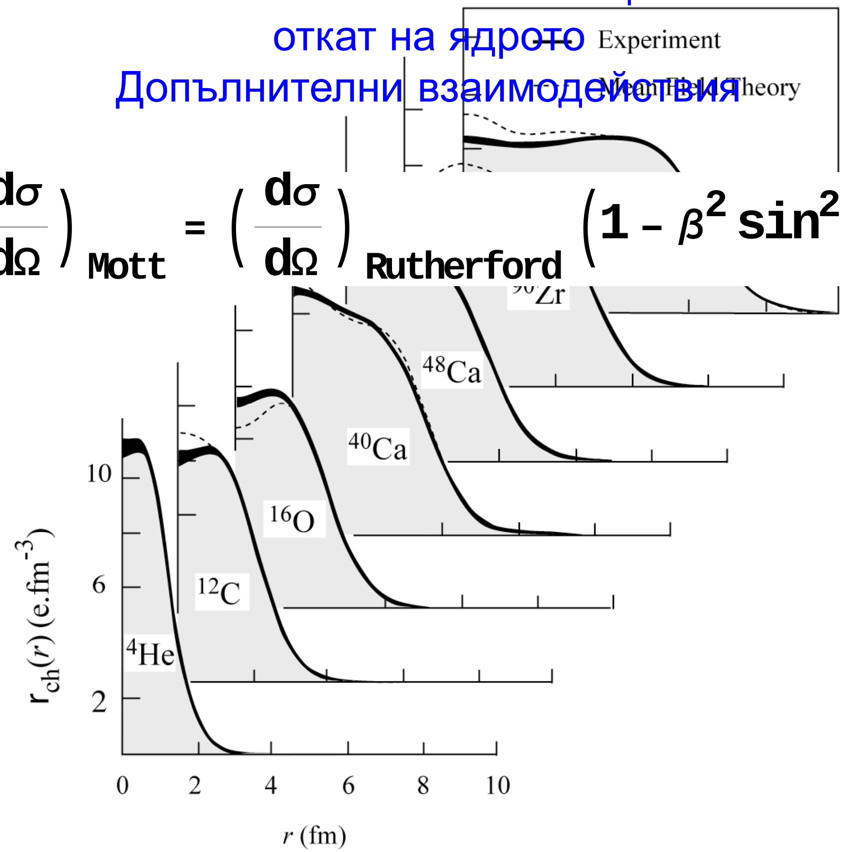


Резултати от (e,e') експерименти

Релативистки частици
откат на ядрото
Допълнителни взаимодействия



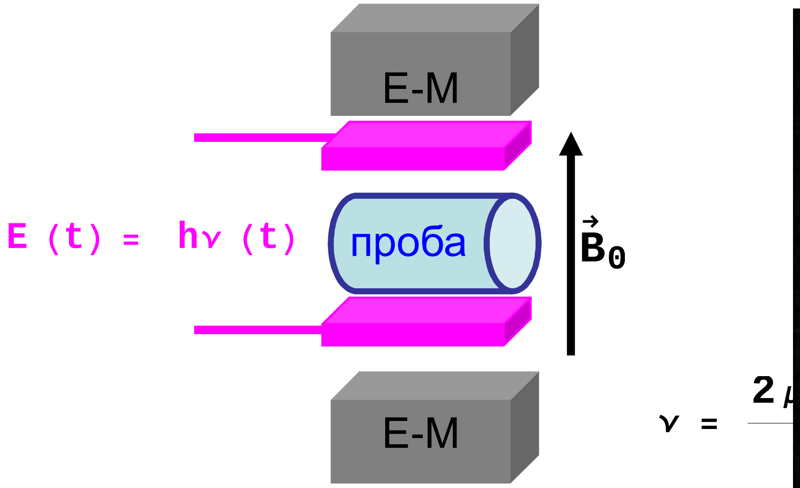
$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford}\left(1-\beta^2\sin^2\frac{\theta}{2}\right)$$

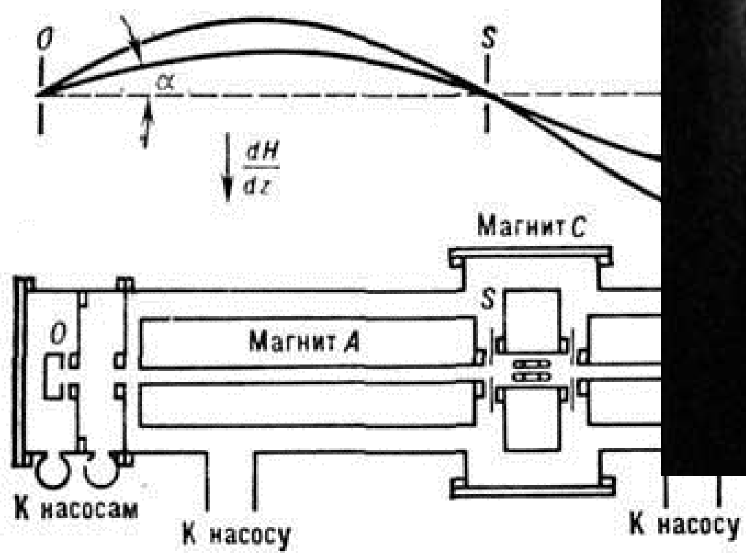


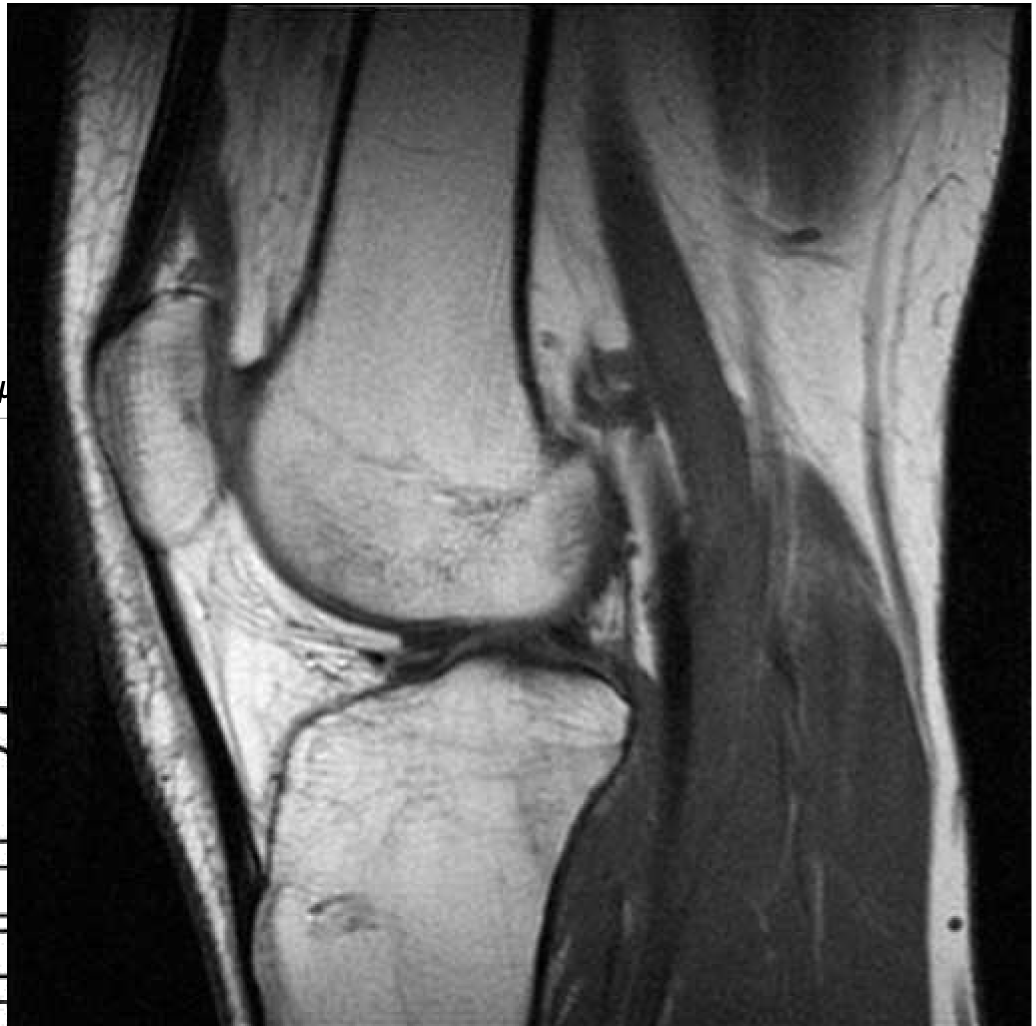
$R=1.23(1)A^{1/3}[fm]$

$d \approx 2.3$ fm

Резонансен метод на Раби и ядрен магнитен резонанс







Радиоактивно разпадане

Свързани разпади.

Естествена радиоактивност.

Приложения.

Радиоактивност

- α разпад - $^{A}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y_{N-2} + {}^{4}_{2}He_{2}$: $E_{\alpha} \approx 5$ MeV,
- β разпад - $^{A}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y_{N-1} + e^{-} + \overline{\nu}_{e}$ β - минус

  $^{A}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y_{N+1} + e^{+} + \nu_{e}$ β - плюс

  $^{A}_{Z}X_{N} + e^{-} \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y_{N+1} + \nu_{e}$ ЕЗ $E_{\beta} \leq 1$ MeV
- γ разпад - **електромагнитно лъчение** $E_{\gamma} \approx 0.05 \div 20$ MeV
- спонтанно делене - $^{A}X \longrightarrow {}^{A1}Y + {}^{A2}Z + Nn$, **A > 230**
- редки разпади - с излъчване на един или два протона ($^{113}Cs \longrightarrow {}^{112}Xe + p$), неутрон ($^{13}Be \longrightarrow {}^{12}Be + n$), ядрени клъстери ^{8}Be, ^{12}C, ^{16}O ($^{114}Ba \longrightarrow {}^{102}Sn + {}^{12}C$);

Произход

Естествена радиоактивност:

1) Радиоактивни изотопи, оцелели от момента на формиране на планетата (4.6×10^{9} y):

18 със Z < 80 ^{40}K (1.28×10^{8} y)

45 със Z > 80 ^{238}U(4.46×10^{9} y), ^{232}Th(1.41×10^{10} y), ^{235}U(7.03×10^{8} y)

2) Радиоактивни изотопи, които се произвеждат непрекъснато: $^{14}N + n \longrightarrow {}^{14}C + p$

Изкуствена радиоактивност:

$^{4}He + {}^{27}Al \longrightarrow {}^{30}P + p$ (Joliot-Curie, Нобелова награда за химия 1935)

Закон за радиоактивното разпадане

Ядрата се разпад по статистически закон – може да се предсказва поведението на ансамбъл от ядра, но е невъзможно да се каже точно кога дадено ядро ще се разпадне.

Ако в момента t имаме N ядра и нямаме външен принос на ядра, то:

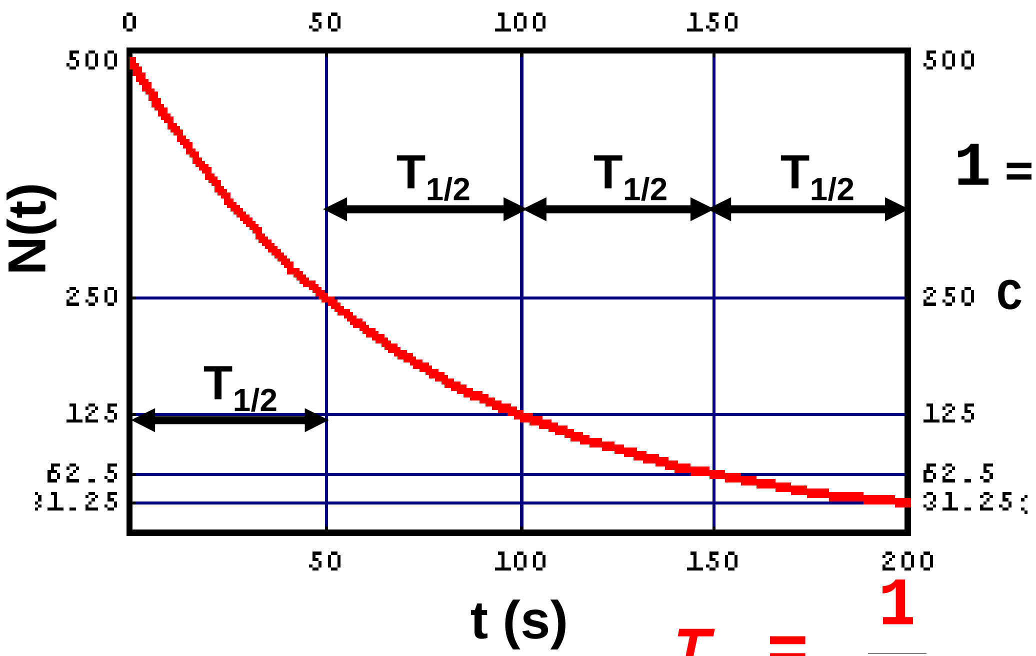
$$\lambda = -\frac{(dN/dt)}{N}$$

Вероятността за разпадане за единица време на едно ядро е константа, която не зависи от възрастта на ядрото.

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{N(T_{1/2})}{N_0} = e^{-\lambda T_{1/2}} \qquad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Време на живот - средното време, през което ядрото оцелява



$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

$$N(t) \qquad P(t) = C\,N(t)$$

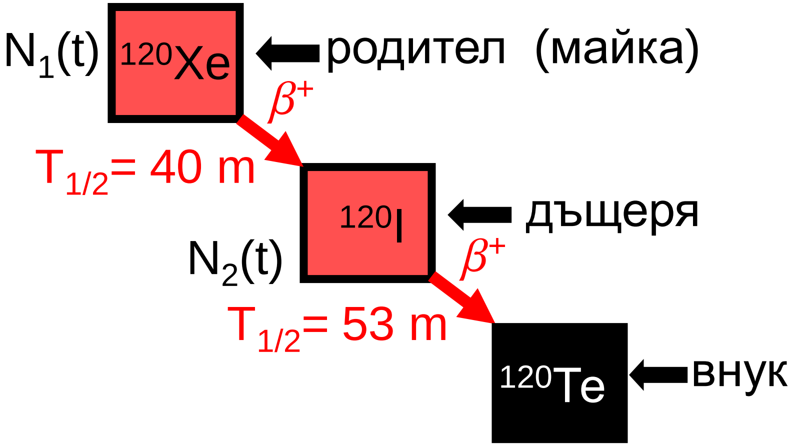
$$1 = \int_0^\infty P(t)\,dt = C N_0 \int_0^\infty e^{-\lambda t}\,dt = \frac{C N_0}{\lambda}$$

$$C = \frac{\lambda}{N_0} \qquad P(t) = \frac{\lambda}{N_0} N(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

$$\tau = \int_0^\infty t\,P(t)\,dt =$$

$$= \lambda \int_0^\infty t e^{-\lambda t}\,dt = 1/\lambda$$

Две последователни разпадания



$$N_1(t=0) = N_0$$

$$N_2(t=0) = 0$$

$$dN_1 = -\lambda_1 N_1\, dt$$

$$dN_2 = \lambda_1 N_1\, dt - \lambda_2 N_2\, dt$$

$$N_1(t) = N_0\, e^{-\lambda_1 t} \qquad N_2(t) = A\, e^{-\lambda_1 t} + B e^{-\lambda_2 t}$$

$$N_2(0) = 0 = A + B \qquad A = -B$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = \lambda_1 \left(N_0 e^{-\lambda_1 t}\right) - \lambda_2 \left(A e^{-\lambda_1 t} + B e^{-\lambda_2 t}\right)$$

$$= -\lambda_1 A\, e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 B\, e^{-\lambda_2 t} \qquad A = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_0$$

$$N_2(t) = N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

$$\lambda_2 = 0 \; (\tau \longrightarrow \infty) \qquad N_2(t) = N_0\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)$$

Две последователни разпадания $\lambda_1 \ll \lambda_2$

$\lambda_1 \ll \lambda_2$

$\tau_1 \gg \tau_2$

$$\frac{dN_1}{dt} = \text{const}$$

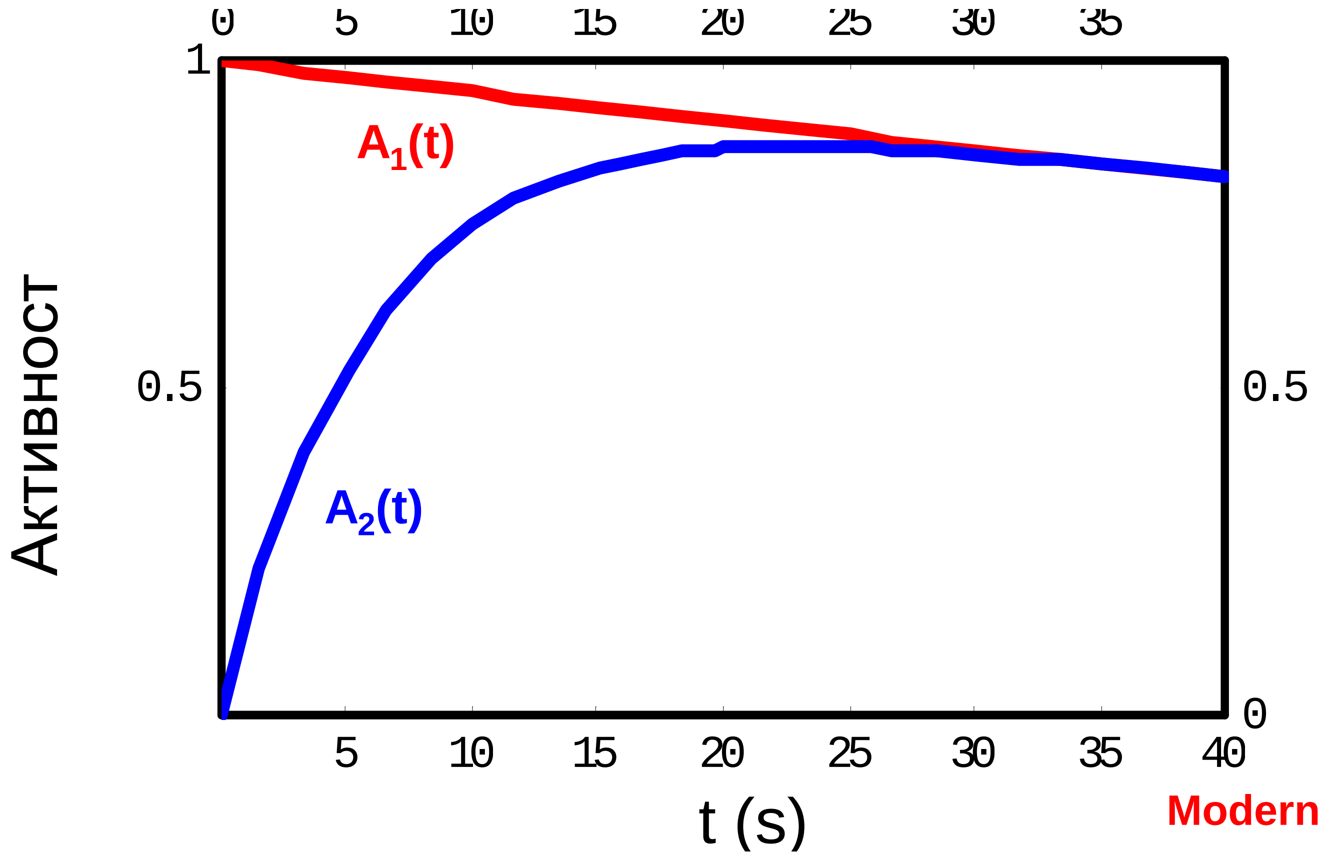
$e^{-\lambda_1 t} \simeq 1$

$$N_2(t) = N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

$$A_2(t) = A_1\left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

$A_2 \rightarrow A_1$
равновесие

$^{114}Pd \xrightarrow{T_{1/2} = 2.4\ m} {}^{114}Ag \xrightarrow{T_{1/2} = 4.5\ s} {}^{114}Cd$



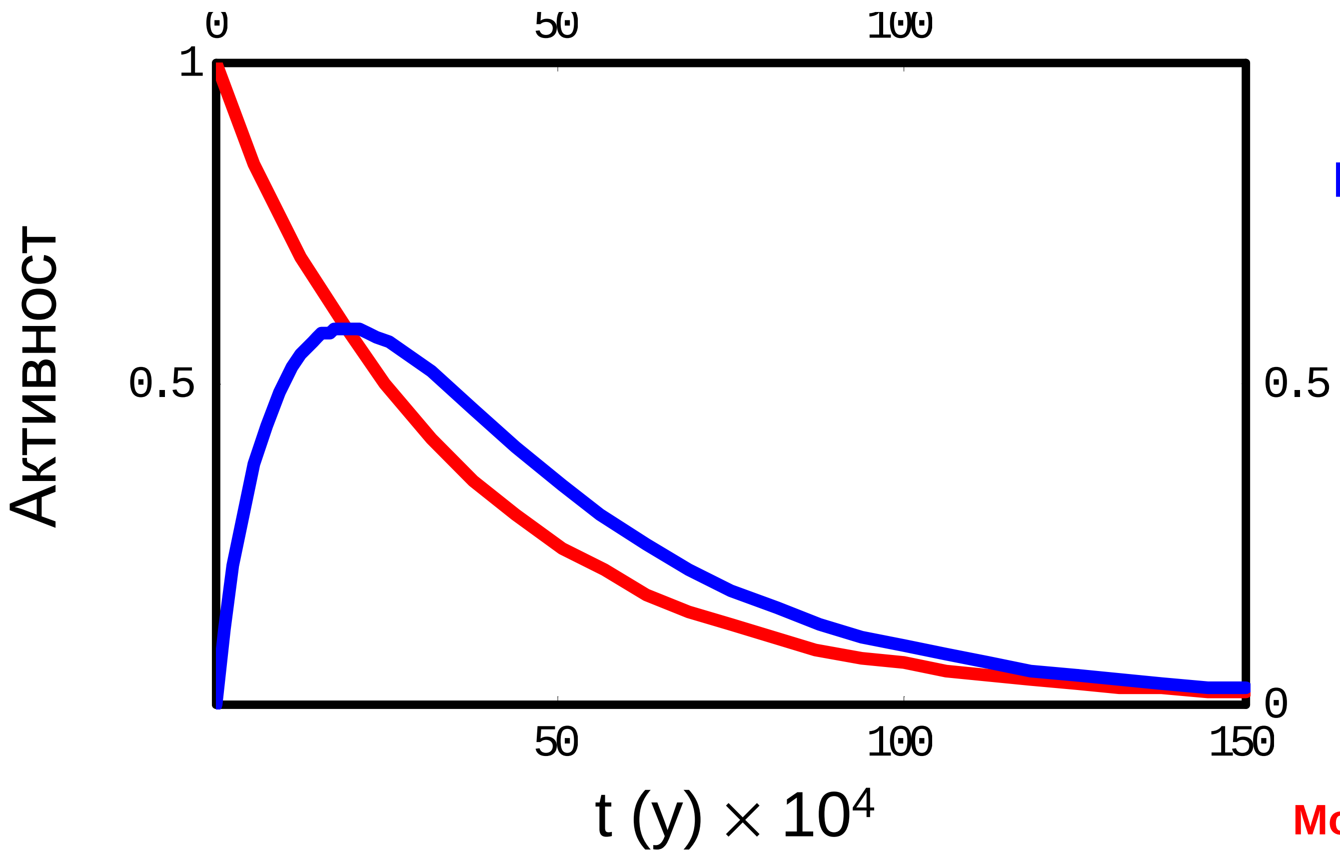
Две последователни разпадания $\lambda_1 < \lambda_2$

$$N_1(t) = N_0 e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2(t) = N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

$$\frac{\lambda_2 N_2(t)}{\lambda_1 N_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(1 - e^{-(\lambda_2-\lambda_1)t}\right)$$

$$^{234}U \xrightarrow{T_{1/2} = 2.45\times10^5\ y} {}^{230}Th \xrightarrow{T_{1/2} = 7.54\times10^4\ y} {}^{226}Ra$$

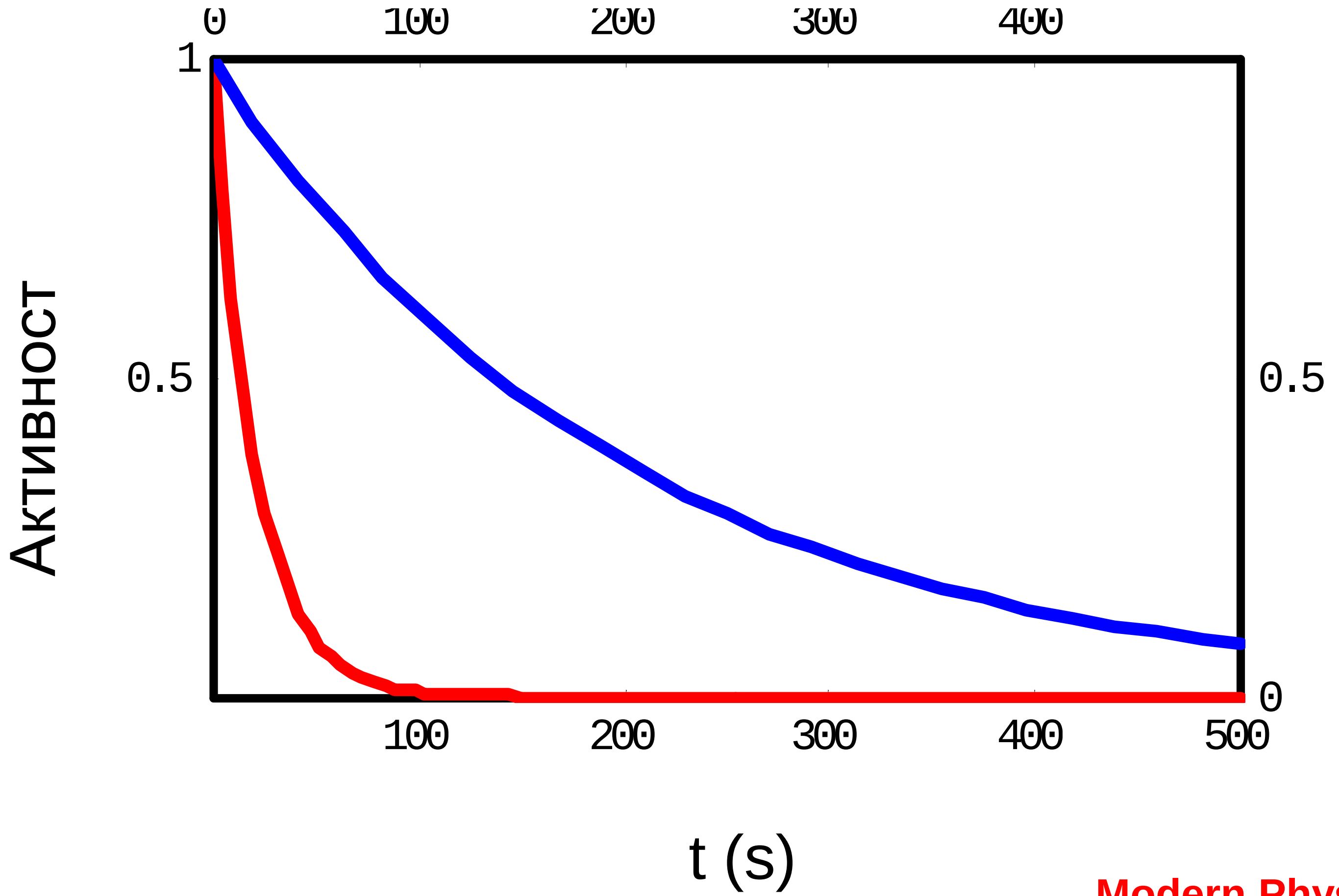


Преходно равновесие

$t \sim 10\, T_2$

Две последователни разпадания $\lambda_1 > \lambda_2$

$$N_2(t) = N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) \qquad N_2(t) = N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t}$$



N последователни разпадания

$$dN_1 = -\lambda_1 N_1 dt$$
$$dN_2 = \lambda_1 N_1 dt - \lambda_2 N_2 dt$$
$$dN_3 = \lambda_2 N_2 dt - \lambda_3 N_3 dt$$
$$\ldots\ \ldots$$
$$dN_N = \lambda_{N-1} N_{N-1} dt - \lambda_N N_N dt$$

$$N_1(0) = N_0$$
$$N_2(0) = N_3(0) = \ldots N_N(t) = 0$$

Dobromir S. Pressyanov (*Faculty of Physics, St. Kliment Ohridski University of Sofia*), **Short solution of the radioactive decay chain equations**, **Am. J. Phys. 70 (2002) 444-445**

$$N_N(t) = \sum_{i=1}^{N} C_i\, e^{-\lambda_i}$$

$$C_m = \frac{\prod_{i=1}^{N-1} \lambda_i}{\prod_{i \neq m=1}^{N} (\lambda_i - \lambda_m)} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \ldots \lambda_{N-1}}{(\lambda_1 - \lambda_m)(\lambda_2 - \lambda_m) \ldots (\lambda_N - \lambda_m)}$$

$$A_N(t) = \lambda_N \sum_{i=1}^{N} C_i\, e^{-\lambda_i} = \sum_{i=1}^{N} C_i'\, e^{-\lambda_i}$$

$$C_m' = \frac{\prod_{i=1}^{N} \lambda_i}{\prod_{i \neq m=1}^{N} (\lambda_i - \lambda_m)} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \ldots \lambda_{N-1} \lambda_N}{(\lambda_1 - \lambda_m)(\lambda_2 - \lambda_m) \ldots (\lambda_N - \lambda_m)}$$

Естествена радиоактивност

4n + 1 (Нептуниева) – ^{237}Np(2.14×10^{6}y) ⟶…..⟶^{209}Bi

4n + 2 (Уранова) – ^{238}U(4.47×10^{9} y) ⟶…⟶ ^{222}Rn(3.8d) ⟶..⟶^{206}Pb

4n + 3 (Актиниева) – ^{235}U(7.04×10^{8}y) ⟶…..⟶^{207}Pb

Други

^{40}K (1.28×10^{9} y)

^{87}Rb (4.8×10^{10} y)

^{113}Cd (9×10^{15} y)

^{115}In (4.4×10^{14} y)

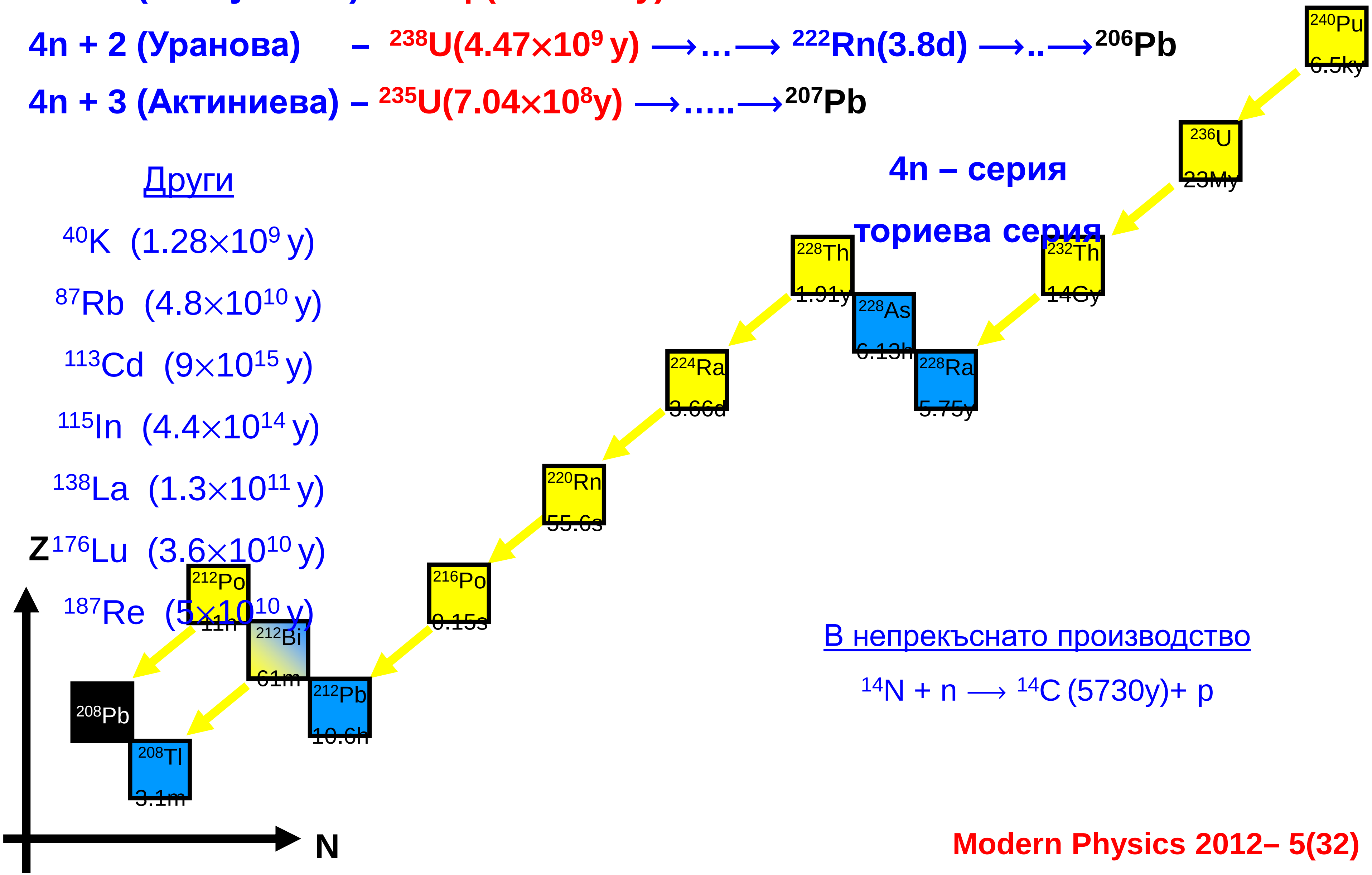
^{138}La (1.3×10^{11} y)

^{176}Lu (3.6×10^{10} y)

^{187}Re (5×10^{10} y)

4n – серия

ториева серия



В непрекъснато производство

^{14}N + n ⟶ ^{14}C (5730y)+ p

Радиоактивно датиране

Проба - изградена от радиоактивен родител, атомите на родителя и дъщерните продукти не напускат пробата, в момента $t=t_0$ в има само атоми на родителя и няма външен принос!

$t = t_0$ — $N_P(t_0)$

$P \xrightarrow{\lambda} D$

$t = t_1$ — $N_P(t_1) + N_D(t_1)$

$$N_P(t_0) = N_P(t_1) + N_D(t_1)$$

$$N_P(t_1) = N_p(t_0)\, e^{-\lambda (t_1 - t_0)}$$

$$\Delta t \equiv t_1 - t_0 = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_P(t_0)}{N_P(t_1)} = \frac{1}{\lambda} \ln\left(1 + \frac{N_D(t_1)}{N_P(t_1)}\right)$$

Проба - изградена от радиоактивен родител, атомите на родителя и дъщерните продукти не напускат пробата, в момента $t=t_0$ в има атоми на родителя и “дъщерята” и няма външен принос!

$t = t_0$ — $N_P(t_0) + N_D(t_0)$

$P \xrightarrow{\lambda} D$

$t = t_1$ — $N_P(t_1) + N_D(t_1)$

$N_{D'}(t_0) =$ D’ – стабилен изотоп на D, който не участва в разпада $= N_{D'}(t_1)$

$$N_P(t_0) + N_D(t_0) = N_P(t_1) + N_D(t_1)$$

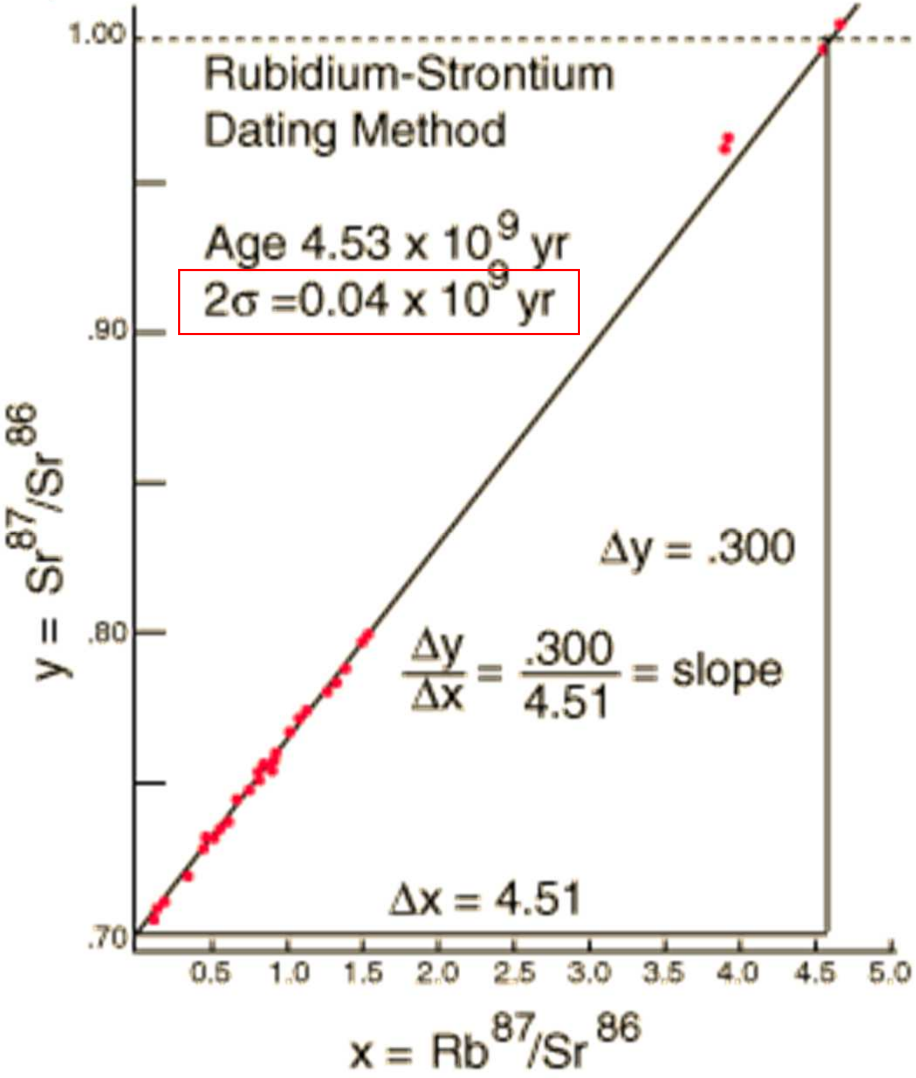
$$N_{D'}(t_0) = N_{D'}(t_1)$$

$$\frac{N_D(t_1)}{N_{D'}(t_1)} = \frac{N_P(t_1)}{N_{D'}(t_1)}\left[e^{-\lambda\Delta t} - 1\right] + \frac{N_D(t_0)}{N_{D'}(t_0)}$$

Physics 2012– 5(33)

Възраст на планетата

Всички минерали, които са се образували заедно, трябва да имат една и съща възраст и еднакво изотопно отношение $N_D(t_0)/N_{D'}(t_0)$ въпреки че за всеки от тях $N_p(t_0)$ може да е различно ➡ $N_P(t_1)/N_{D'}(t_1)$ и $N_D(t_1)/N_{D'}(t_1)$ ще са различни, но:



y, x, a = const, b = const

$$\frac{N_D(t_1)}{N_{D'}(t_1)} = \frac{N_P(t_1)}{N_{D'}(t_1)}\left[e^{-\lambda\Delta t} - 1\right] + \frac{N_D(t_0)}{N_{D'}(t_0)}$$

$$y = ax + b$$

^{87}Rb ($T_{1/2} = 4.8 \times 10^{10}$y) ⟶ ^{87}Sr

^{86}Sr – стабилен

y = $^{87}Sr/^{86}Sr$ x=$^{87}Rb/^{86}Sr$

Други

^{40}K($T_{1/2} = 1.28\times10^9$ y) ⟶ ^{40}Ar

^{235}U ($T_{1/2} = 7.04\times10^8$y) ⟶ ^{207}Pb

^{238}U ($T_{1/2} = 4.47\times10^9$y) ⟶ ^{207}Pb

Въглероден метод за датиране на органични проби

$^{14}N + n \longrightarrow {}^{14}C\ (T_{1/2}=5730y) + p$ ⟵ константен добив

$$\text{Равновесие:} \quad \frac{^{14}C}{^{12}C} \approx 1.3 \times 10^{-12}$$

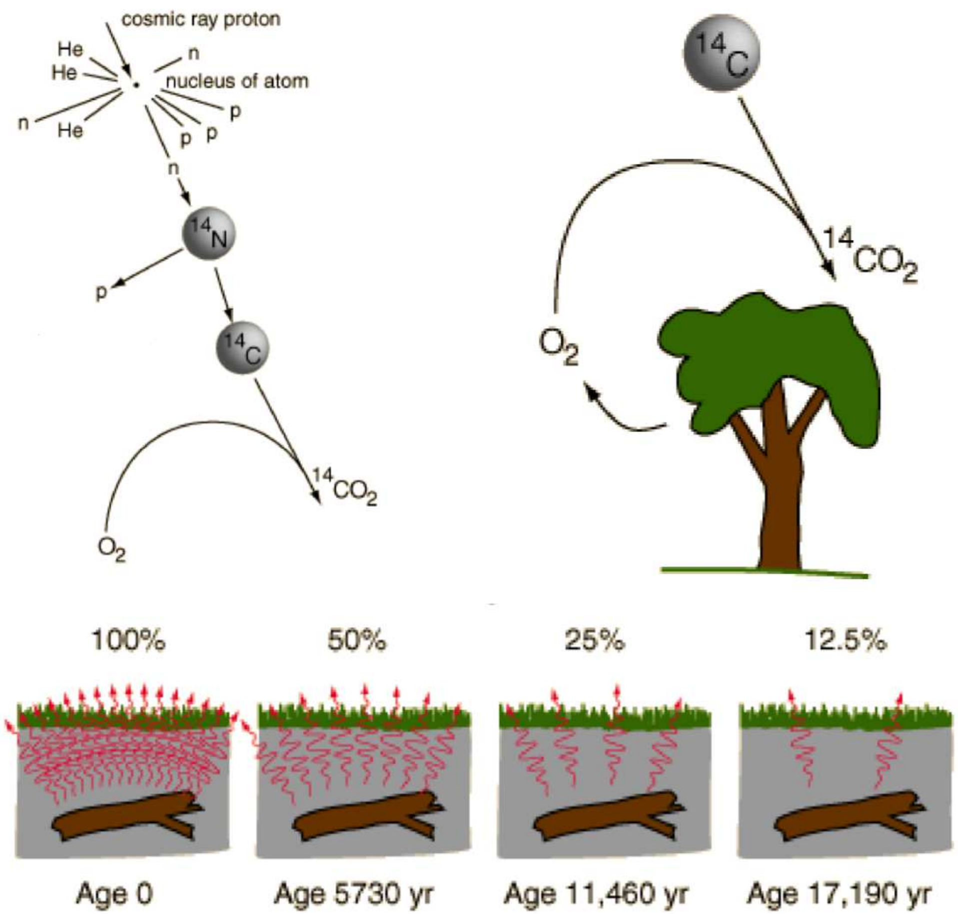
1 атом ^{14}C на 10^{12} атома ^{12}C

$1g\ (C) \Leftrightarrow 6.0\times 10^{23}$ атома

$\Leftrightarrow 6 \times 10^{12}\ {}^{14}C$

специфична активност

$A(^{14}C/g) \approx 23$ разпада/min



Проблеми

- трудно приложим за времена по-дълги от $10T_{1/2}$ (сепаратори до 10^5 y);
- неприложим за проби от последните 100 години поради интензивното използване на органични горива и ядрените опити в атмосферата

α -разпад

Основни закономерности

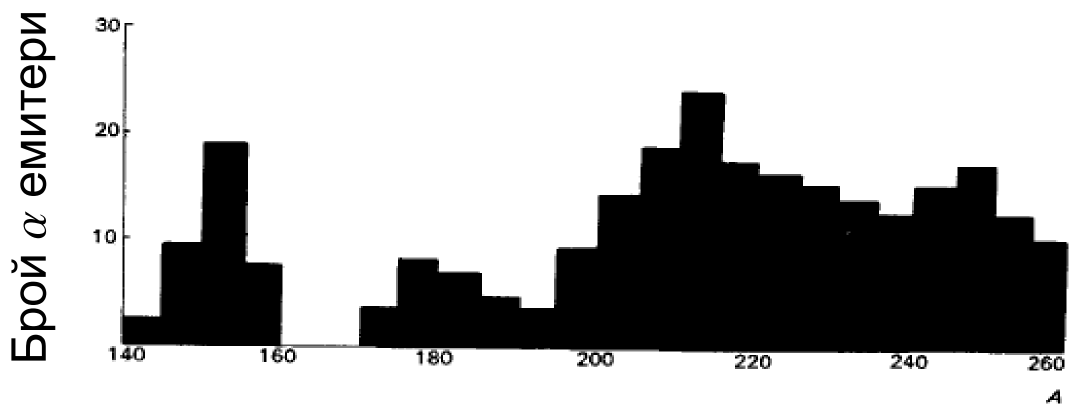
$$^{A}_{Z}X_{N} \longrightarrow \, ^{A-4}_{Z-2}Y_{N-2} + \alpha$$

$\alpha \equiv {}^{4}_{2}He_{2}$ (1909 – Rutherford)

Кулонов ефект

тежки ядра

$$B(N,Z) = a_{vol}A - a_{surf}A^{2/3} - a_{c}Z(Z-1)A^{-1/3} - a_{sym}\frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta$$



Най-леките α емитери

$^{105,106}Te$, ^{144}Nd

слоести ефекти

основно A > 170

Спонтанен процес – отделяне на енергия (кинетична) без външно въздействие!

α-разпада минимизира вътрешната енергията на дъщерната с-ма:

$$E_i - E_f > 0$$

Закон на Geiger-Nuttall

Големи Q фактори $\Longrightarrow$ кратки времена на живот!

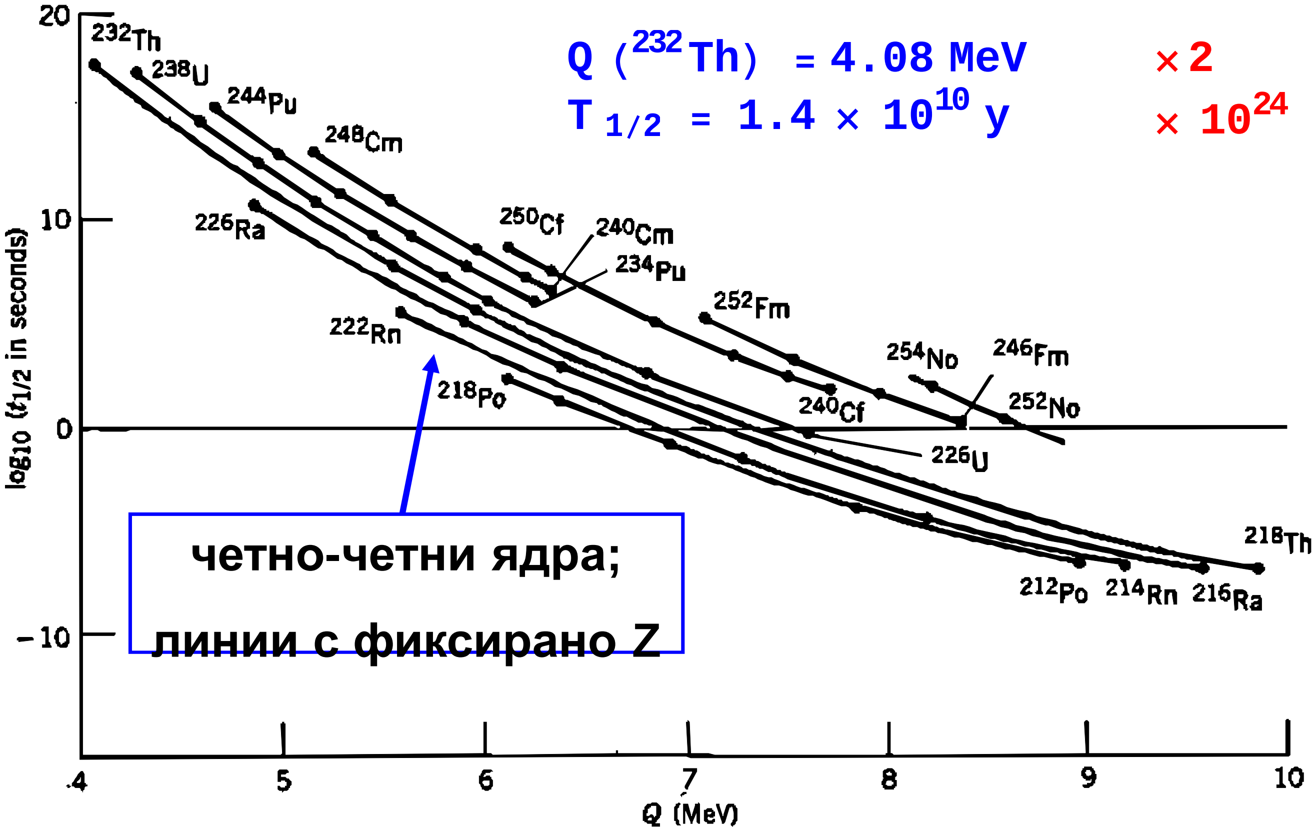
Голям Q фактор $\Longrightarrow$ Голяма разлика в B(Z,N) за родителското и дъщерното ядро $\Longrightarrow$ Родителското ядро е по-нестабилно, т.е. по-лесно се разпада

$Q\,(^{232}\mathrm{Th}) = 4.08$ MeV $\times 2$

$T_{1/2} = 1.4 \times 10^{10}$ y $\times 10^{24}$

$Q\,(^{218}\mathrm{Th}) = 9.85$ MeV

$T_{1/2} = 10^{-7}$ s



четно-четни ядра;

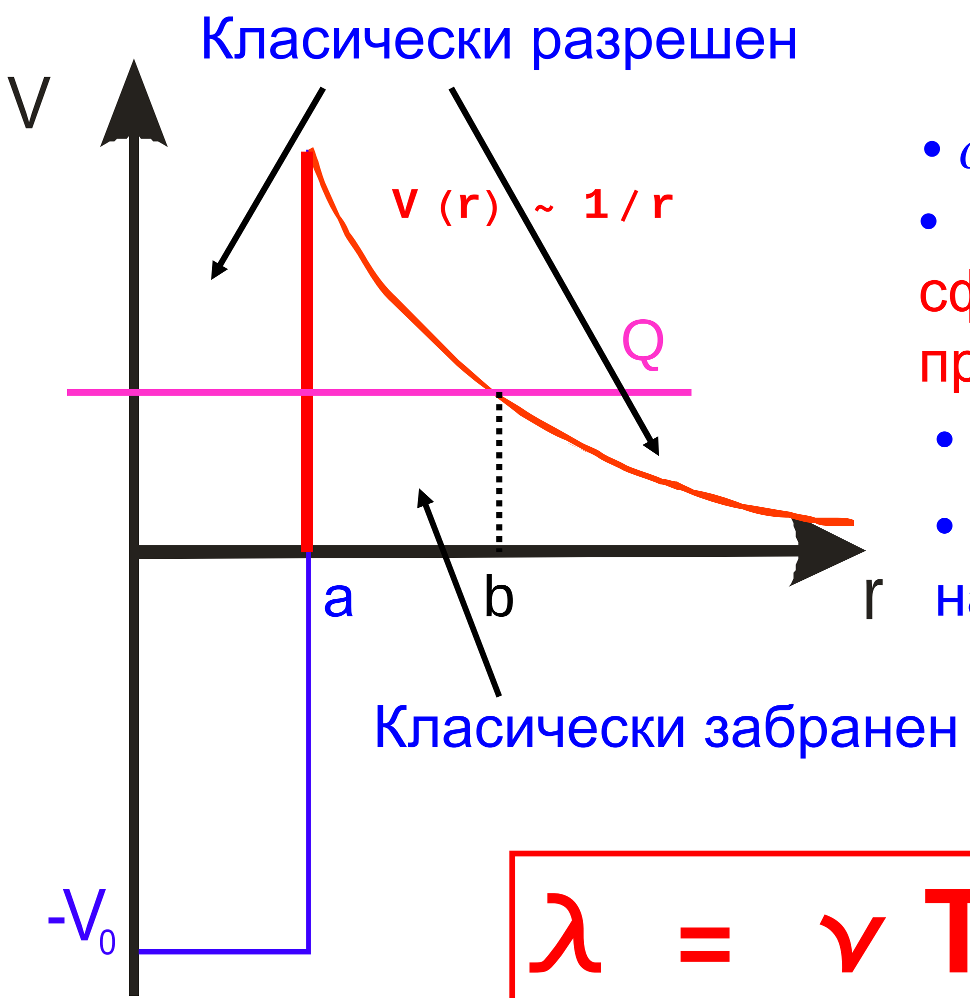
линии с фиксирано Z

$$\lg t_{1/2} = -B \lg R_\alpha + C$$

$$R_\alpha \sim T_\alpha^{3/2}$$

Квантово описание на α-разпада

Тунелиране през ядрения кулонов бариер (Gamow, Gurney, Condon 1928)



$$\boxed{\lambda = \nu T}$$

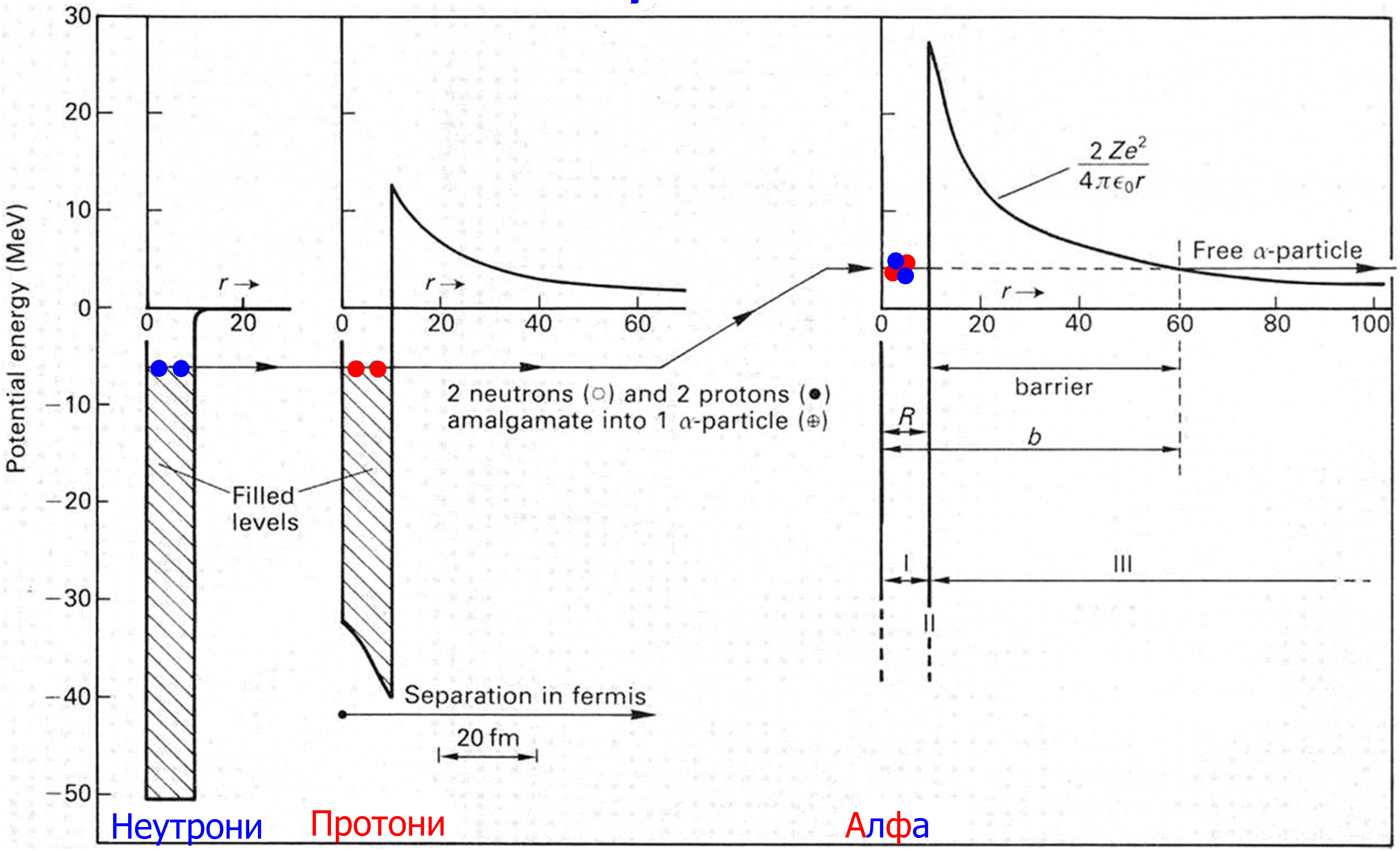
<u>Приближения</u>

- α частицата се формира в ядрото
- За r <a само ядрен потенциал – сферично симетрична правоъгълна яма с широчина a
- За r > a Кулонов потенциал
- енергията на α-частицата е равна на Q фактора на разпада

ν – честота на ударите с бариера

T – прозрачност на бариера

α-разпад



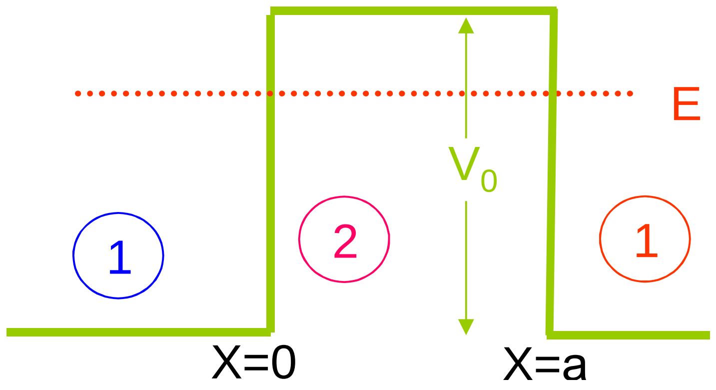
Potential energy (MeV)
30
20
10
0
−10
−20
−30
−40
−50
r →
0
20
40
60
80
100
$\frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$
Free α-particle
2 neutrons (○) and 2 protons (●)
amalgamate into 1 α-particle (⊕)
barrier
R
b
Filled
levels
I
II
III
Separation in fermis
20 fm
Неутрони
Протони
Алфа

Централен потенциал

$$\psi(r,\theta,\phi) = R(r)\,Y(\theta,\phi)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dR}{dr}\right) + \left[V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}\right]R = E\,R$$

Приближение: $l = 0 \Longrightarrow$ едномерна задача за тунелиране



$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ V_0 & 0 \le x \le a \\ 0 & x > a \end{cases}$$

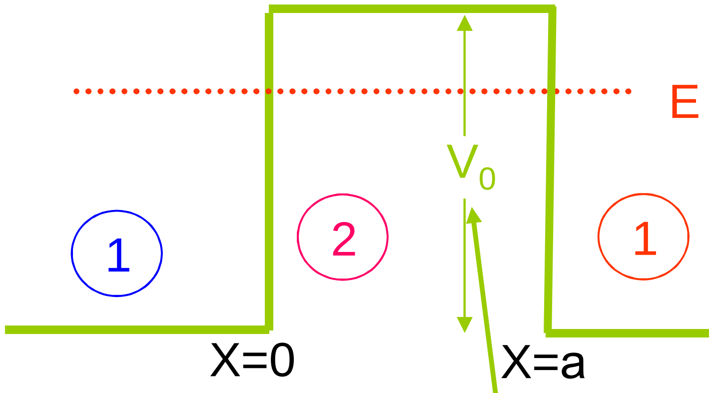
$$\psi_1(x) = A.e^{ik_1x} + B.e^{-ik_1x},\quad k_1 = \sqrt{2mE/\hbar^2}$$

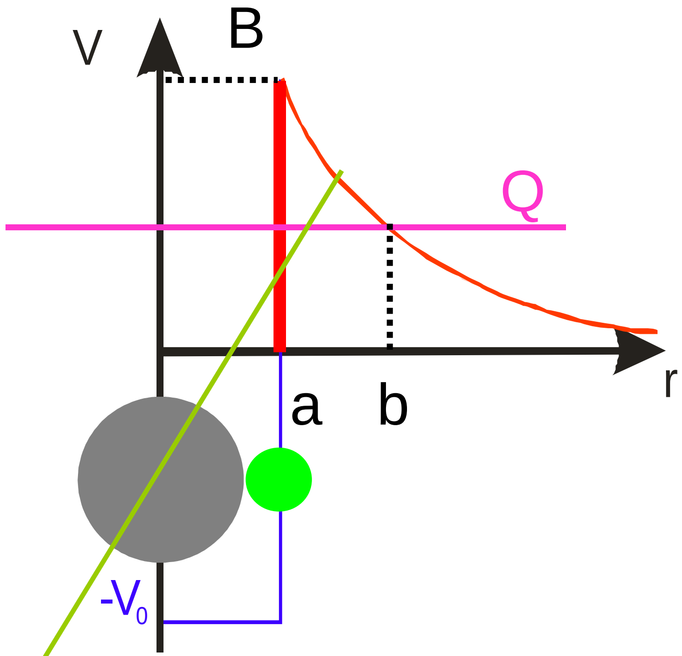
$$\psi_2(x) = C.e^{k_2x} + D.e^{-k_2x},\quad k_2 = \sqrt{2m(V_0-E)/\hbar^2}$$

$$\psi_3(x) = F.e^{ik_3x},\quad k_3 = \sqrt{2mE/\hbar^2}$$

$$\boxed{T = \frac{|F|^2}{|A|^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}\frac{V_0^2}{E(V_0-E)}\sinh^2(k_2a)}}$$

Моделиране на бариера





$$T = \frac{|F|^2}{|A|^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}\frac{V_0^2}{E(V_0-E)}\sinh^2(k_2 a)}$$

- енергия на α-частицата – E = Q ($\approx$ 6 MeV)
- маса на α-частицата – m ~ 4 *amu*
- начало на потенциала – $a = R_Y + R_\alpha = 1.2\left(200^{1/3} + 4^{1/3}\right) \approx 9\ \mathrm{fm}$
- височина на бариера: $B = V_c(r = a) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{zZ'}{a}$

$$= 1.44\ \mathrm{MeV\ fm}\ \frac{2\,(88)}{9\ \mathrm{fm}} \approx 28\ \mathrm{MeV}$$

Приближение: $V_0 = \frac{1}{2}(B + Q)$

• край на бариера: $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{zZ'}{b} = Q$ $\quad b = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{zZ'}{Q} \approx 42\,\text{fm}$

Приближение: $\frac{b-a}{2} = \frac{42-9}{2}\,\text{fm} \approx 16\,\text{fm}$

• $k_2 = \sqrt{2m(0.5(B+Q)-Q)/\hbar^2} = \sqrt{(m/\hbar^2)(B-Q)}$

$\approx \sqrt{((4.0026 \times 931.5\,\text{MeV})/(197\,\text{MeV fm})^2)\,22\,\text{MeV}} = 1.45\,\text{fm}^{-1}$

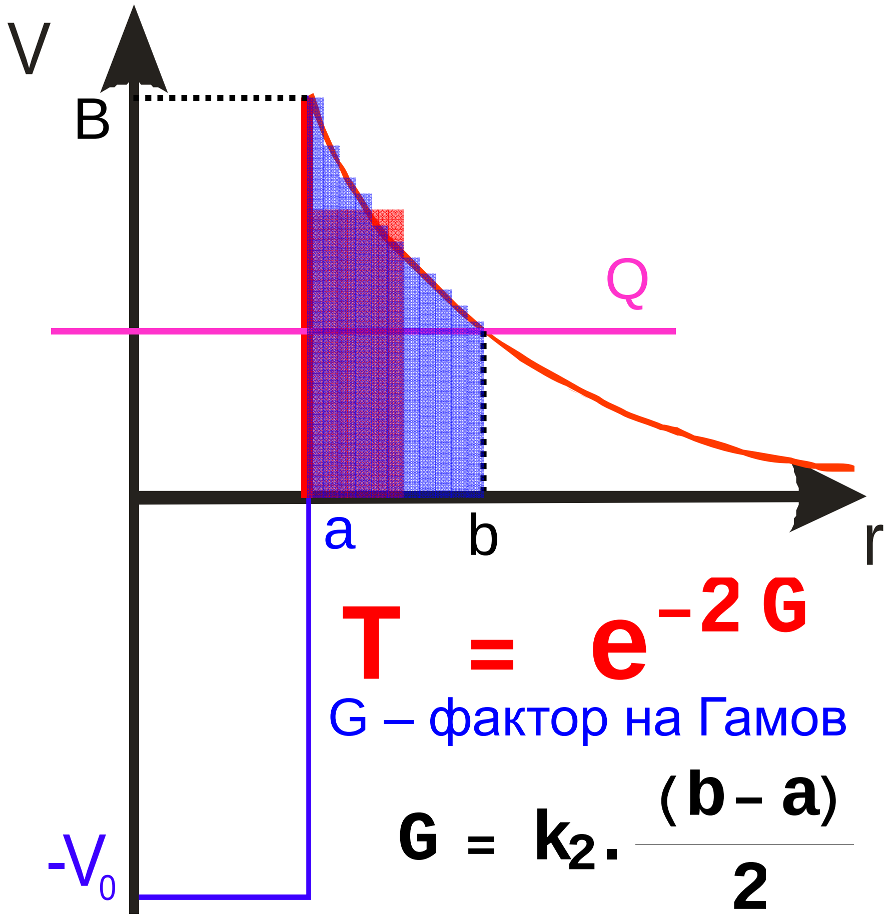
$k_2.\frac{b-a}{2} \gg 1$ $\quad \sinh\left(k_2.\frac{b-a}{2}\right) \approx \frac{e^{k_2.1/2\,(b-a)}}{2}$

$T \approx \frac{1}{1+\frac{e^{k_2.(b-a)}}{4}} \approx e^{-2.k_2.\frac{(b-a)}{2}} = 1.7 \times 10^{-21}$

$T\,\boxed{(Q = 6\,\text{MeV})} = 1.7 \times 10^{-21}$ ⟺ $T\,\boxed{(Q = 5\,\text{MeV})} = 7 \times 10^{-28}$

$Q = 5\,\text{MeV}$

$b = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{zZ'}{Q} \approx 51\,\text{fm}$ $\quad k_2 = \sqrt{(m/\hbar^2)(B-Q)} = 1.49\,\text{fm}^{-1}$



$$T = e^{-2G}$$

G – фактор на Гамов

- приемаме, че α-частицата се формира вътре в родителското ядрото и се движи независимо в полето на дъщерното ядро, т.е. системата е “<u>дъщерно ядро + α</u>”
- приемаме, че цялата освободена енергия се отнася от α-частицата
- моделираме Кулоновия потенциал като стъпков със височина (B+Q)/2 и широчина (a-b)/2

$$G = k_2 . \frac{(b-a)}{2}$$

$$T = T_1 \times T_2 \times T_2 \ldots . \times T_n$$

$$T_i = \exp\left(-2\Delta r_i \sqrt{(2m/\hbar^2)(V(r)-Q)}\right)$$

$$T = \exp\left(-2\sum_{i=1}^{n}\Delta r_i \sqrt{(2m/\hbar^2)(V(r)-Q)}\right)$$

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \int_a^b [V(r)-Q]^{1/2} dr$$

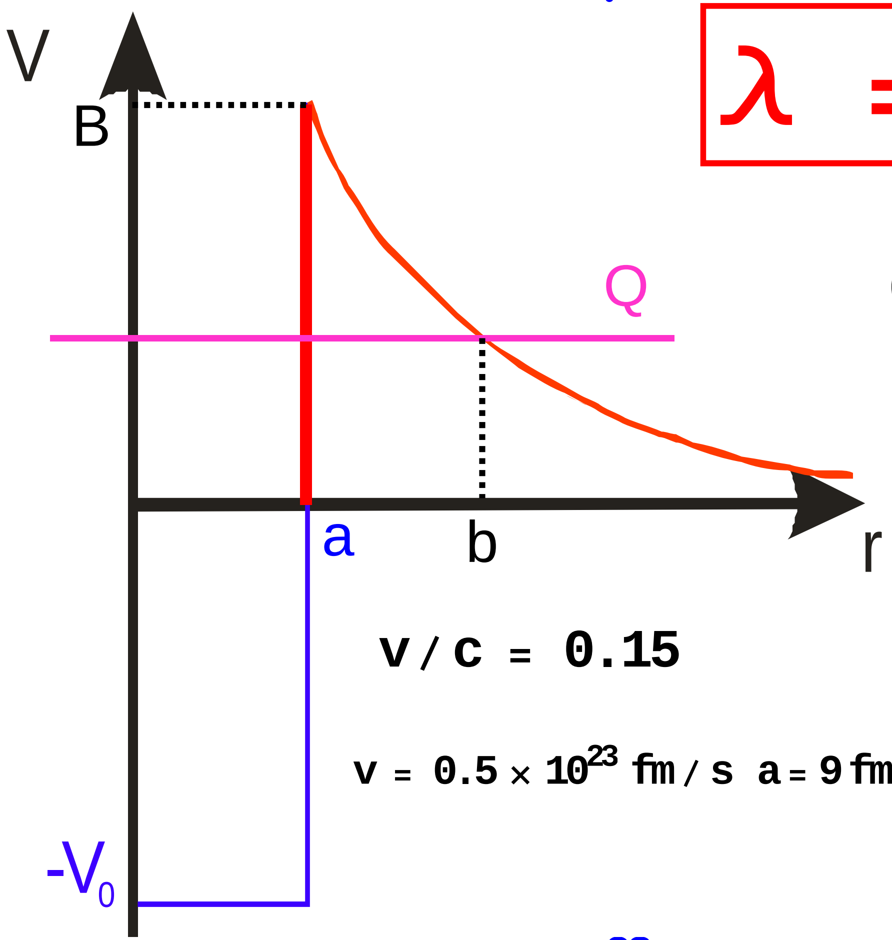
$$G = \sqrt{\frac{2m}{Q\hbar^2}} \frac{zZ'e^2}{4\pi\epsilon_0}\left[\arccos(\sqrt{x}) - \sqrt{x(1-x)}\right]$$

$$G = \sqrt{\frac{2m}{Q\hbar^2}} \frac{zZ'e^2}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{\pi}{2} - 2\sqrt{x}\right]$$

$$x = a/b = Q/B << 1$$

Вероятност за преход

$$\boxed{\lambda = \nu T}$$



$$Q - V_0 = \frac{mv^2}{2}$$

v – скорост на α-частицата вътре в ядрото

$V_0 = -35$ MeV, $Q = 5$ MeV

$$80 \text{ MeV} = 3728 \text{ MeV} \left(\frac{v}{c}\right)^2$$

$v/c = 0.15$

$$\nu = \frac{0.5 \times 10^{23} \text{ fm/s}}{9 \text{ fm}} \approx 6 \times 10^{21} \text{ s}^{-1}$$

$v = 0.5 \times 10^{23}$ fm/s $a = 9$ fm

$T(Q = 5 \text{ MeV}) = 7 \times 10^{-28}$ $\lambda(Q = 5 \text{ MeV}) = 4.7 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$

$t_{1/2} = 0.693/\lambda = 1.7 \times 10^{6}$ s

$T(Q = 6 \text{ MeV}) = 1.7 \times 10^{-21}$ $\lambda(Q = 6 \text{ MeV}) = 10 \text{ s}^{-1}$

$t_{1/2} = 0.693/\lambda = 70$ ms

Резултати

$$t_{1/2} = 0.693\,\frac{a}{c}\sqrt{\frac{mc^2}{2\,(V_0 + Q)}}\;\mathrm{Exp}\left\{2\sqrt{\frac{2\,mc^2}{(\hbar c)^2\,Q}}\;\frac{zZ'\,e^2}{4\,\pi\epsilon_0}\left(\frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{Q}{B}}\right)\right\}$$

^{220}Th	Q=8.95 MeV	$t_{1/2}^{exp}= 10^{-5}$s	$t_{1/2}^{th}=3.3\ 10^{-7}$
^{222}Th	Q=8.13 MeV	$t_{1/2}^{exp}= 2.8\ 10^{-3}$s	$t_{1/2}^{th}=6.3\ 10^{-5}$
^{224}Th	Q=7.31 MeV	$t_{1/2}^{exp}= 1.04$ s	$t_{1/2}^{th}=3.3\ 10^{-2}$
^{226}Th	Q=6.45 MeV	$t_{1/2}^{exp}= 1845$ s	$t_{1/2}^{th}=6.0\ 10^{1}$
^{228}Th	Q=5.52 MeV	$t_{1/2}^{exp}= 6\ 10^{7}$ s	$t_{1/2}^{th}=2.4\ 10^{6}$
^{230}Th	Q=4.77 MeV	$t_{1/2}^{exp}= 2.5\ 10^{12}$ s	$t_{1/2}^{th}=1.0\ 10^{11}$
^{232}Th	Q=4.08 MeV	$t_{1/2}^{exp}= 4.4\ 10^{17}$ s	$t_{1/2}^{th}=2.6\ 10^{16}$

Причини за несъответствията :

- не отчетохме вероятността за формиране на α-частица
- не отчетохме възможността за различни състояния в началната и крайната с-ма
- не отчетохме влиянието на ъгловия момент
- приехме, че ядрото е сферично $\rightarrow$ 4-5% промяна $\Longrightarrow$ фактор 5

β -разпад

Видове

β - минус

β - плюс

$$^{A}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y_{N-1} + e^{-} + \bar{\nu}_{e}$$

$$^{14}_{6}C_{8} \longrightarrow {}^{14}_{7}N_{7} + e^{-} + \bar{\nu}_{e}$$

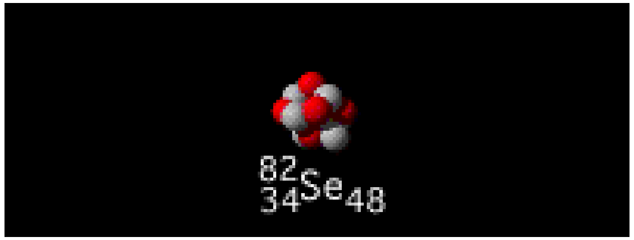
$$^{A}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y_{N+1} + e^{+} + \nu_{e}$$

$$^{18}_{9}F_{9} \longrightarrow {}^{18}_{8}O_{10} + e^{+} + \nu_{e}$$

Pauli (1930) – неутрино – неутрална, много лека частица със спин 1/2, която отнася част от енергията и импулса на процеса

електронен захват

двоен β-разпад



$$^{A}_{Z}X_{N} + e^{-} \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y_{N+1} + \nu_{e}$$

$$^{81}_{37}Rb_{44} + e^{-} \longrightarrow {}^{81}_{36}Kr_{45} + \nu_{e}$$

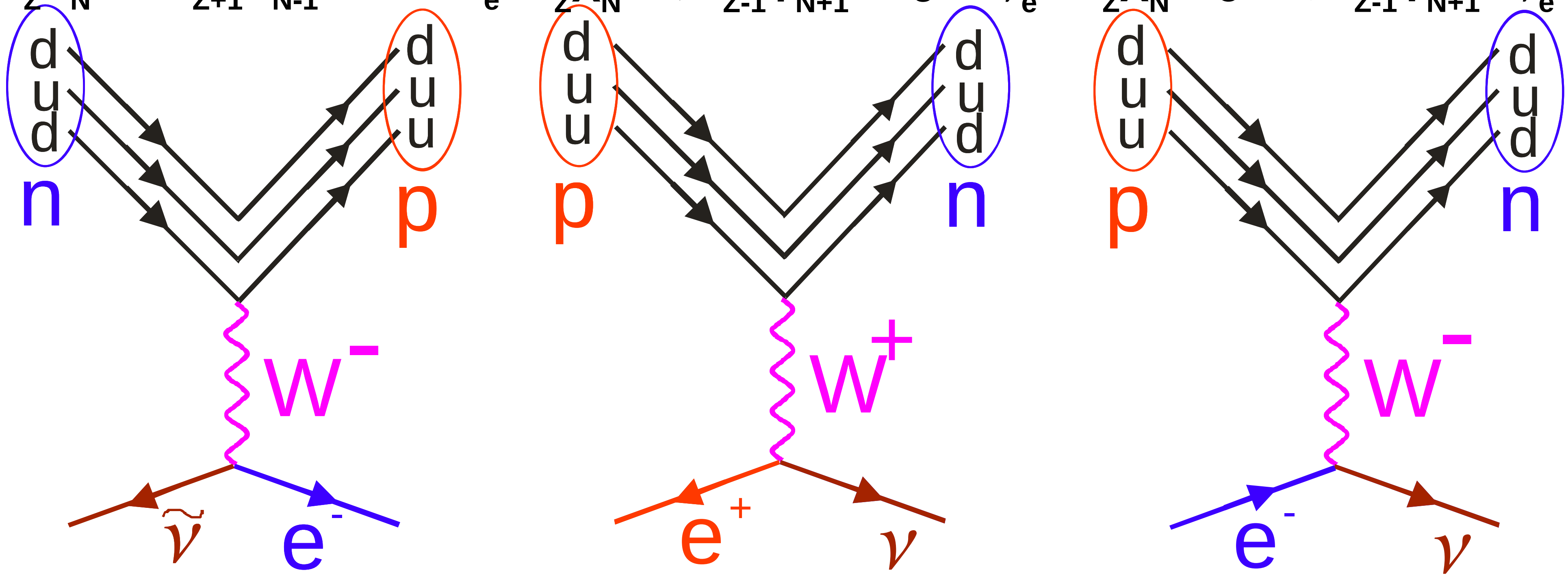
$$^{A}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}^{A}_{Z+2}Y_{N-2} + 2e^{-} + 2\bar{\nu}_{e}$$

$$^{82}_{36}Se_{48} \longrightarrow {}^{82}_{36}Kr_{46} + 2e^{-} + 2\nu_{e}$$

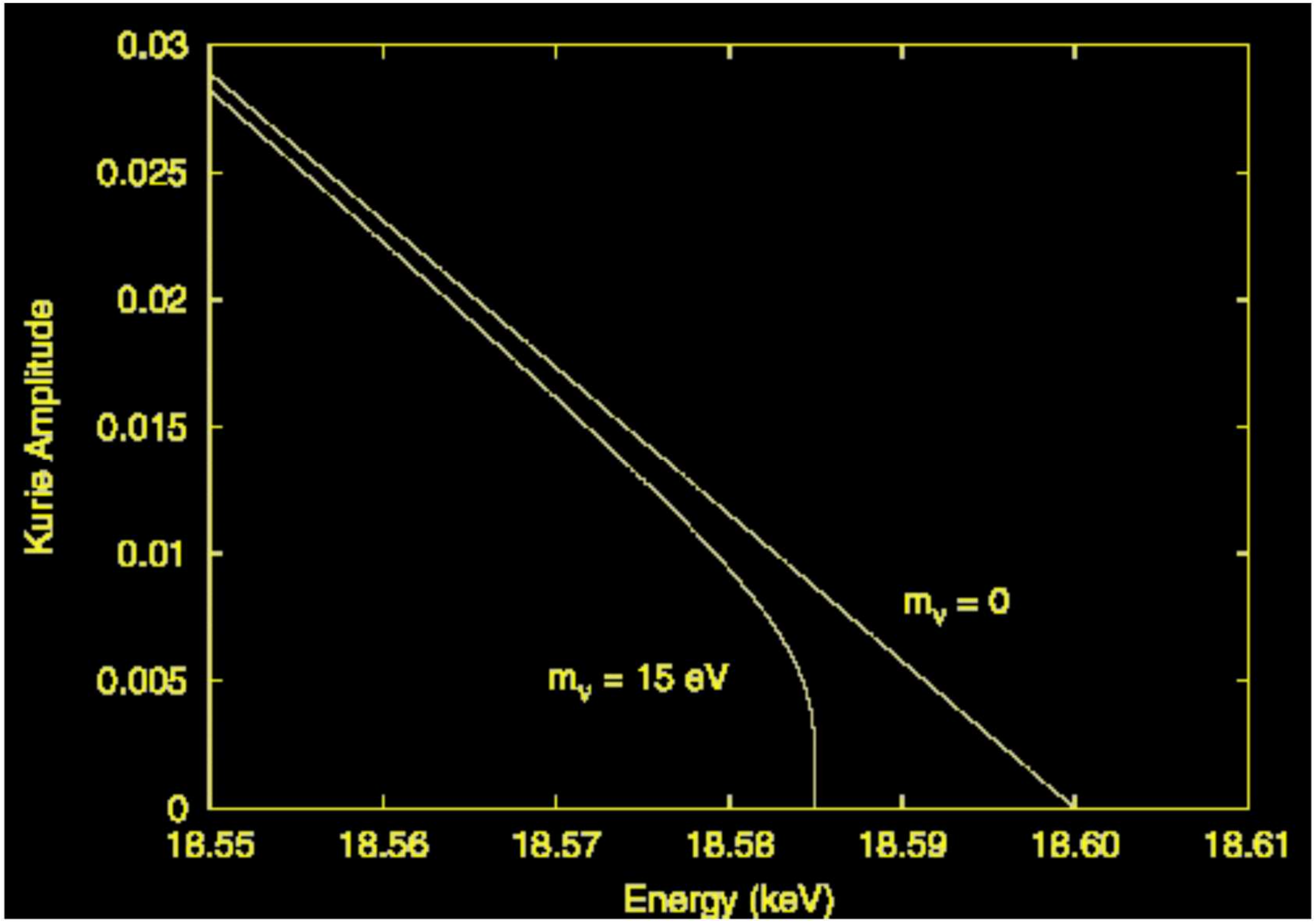
Идея за микроскопичното обяснение на β-разпада

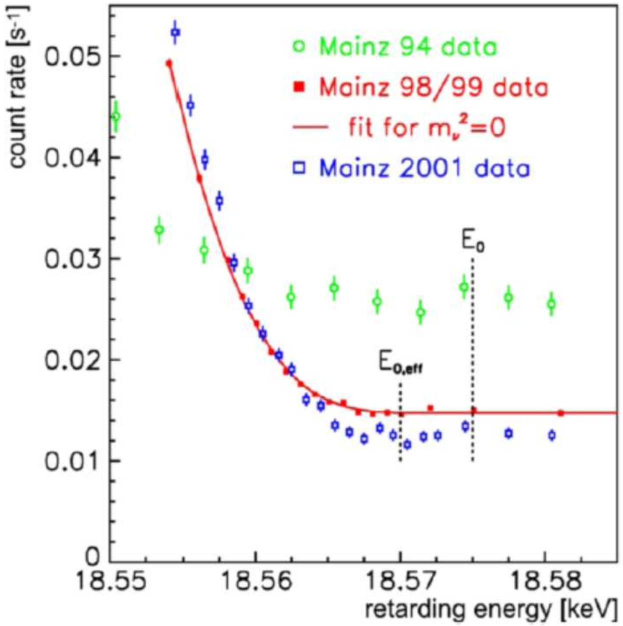
Слабо ядрено взаимодействие – $W^{+,-}$ (80.4 GeV/c^2), Z^0 (91.2 GeV/c^2)

β^-	β^+	EC
${}^{A}_{Z}X_N \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y_{N-1} + e^- + \bar{\nu}_e$	${}^{A}_{Z}X_N \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y_{N+1} + e^+ + \nu_e$	${}^{A}_{Z}X_N + e^- \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y_{N+1} + \nu_e$

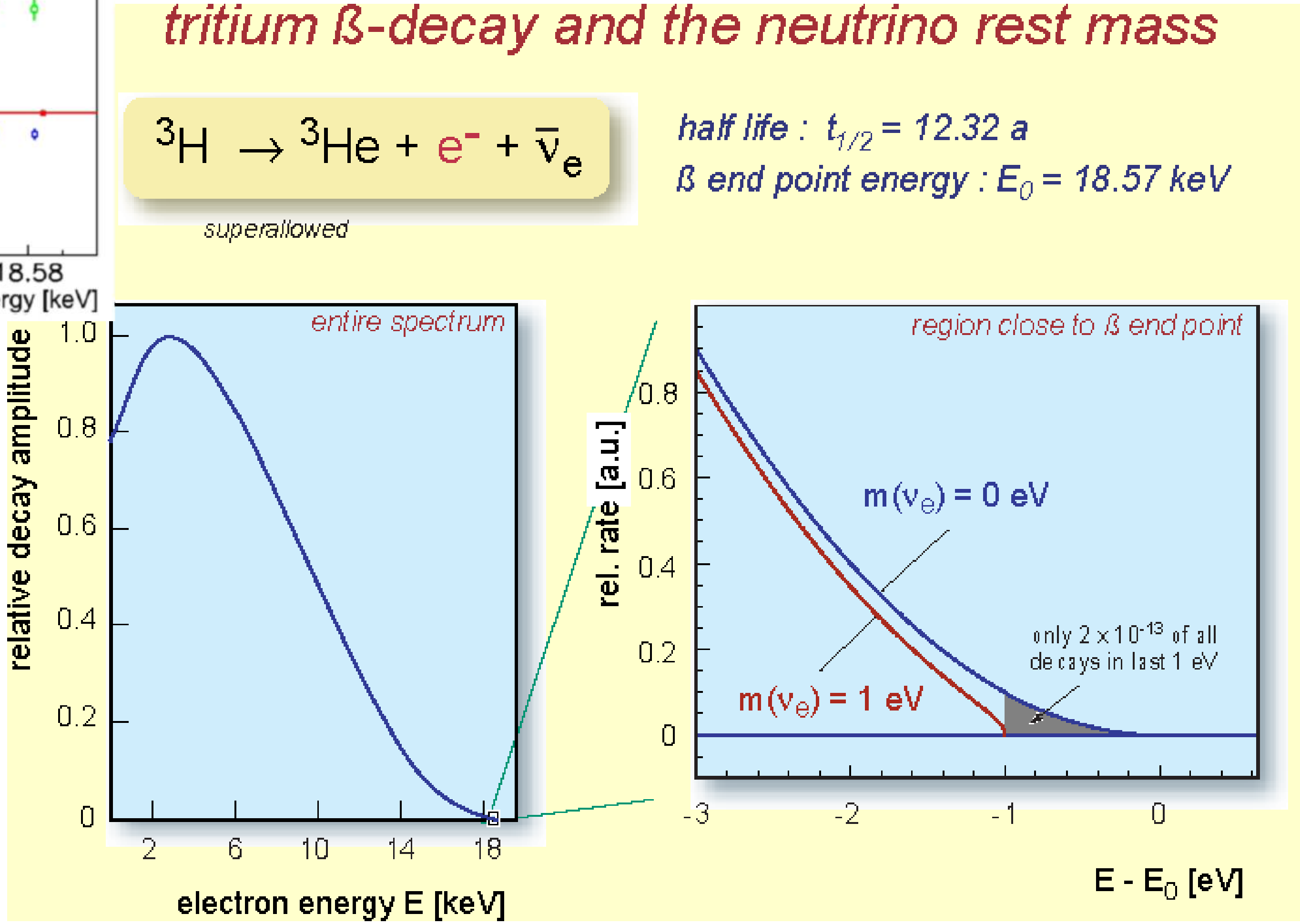


Маса на неутриното

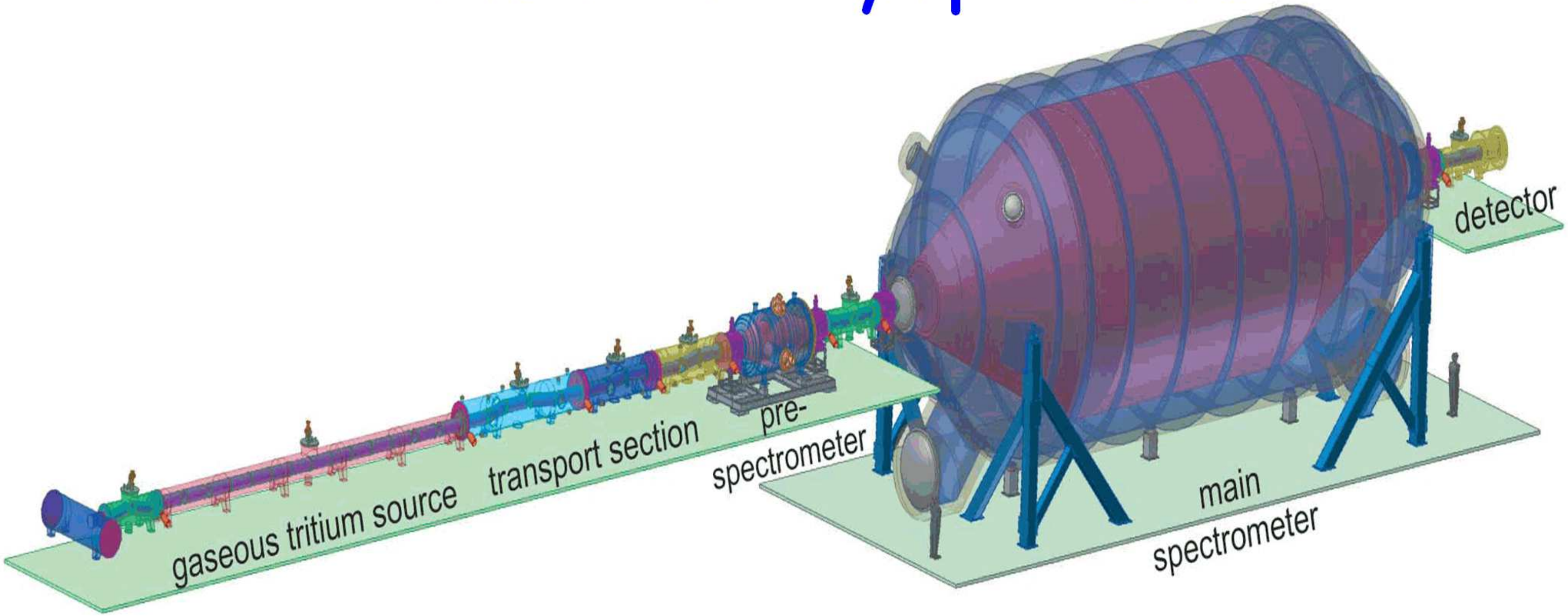




2004 г. – Mainz - m_ν < 2.3 eV (95% CL)



Маса на неутриното



Pre-spectrometer

diameter: 1.68m,

length: 3.38m

Main spectrometer

inner diameter of the cylindrical section: 9.8m,
total length: 23.28m

inner surface: 650m^2,

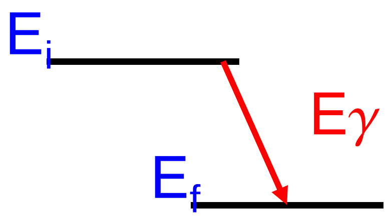
volume: 1400m^3

XHV conditions with a pressure of < 10−11 mbar in both spectrometers.

KATRIN - Karlsruhe Tritium Neutrino Experiment

There is a slight problem of transportability from Deggendorf to Karlsruhe: The tank is too big for motorways, and the canal between the rivers Rhine and Danube has to be ruled out, too. Thus, instead of a journey of about 400 km, the spectrometer has to travel nearly 9000 km as indicated in the map.

γ -разпад



$$E_i = E_f + E_\gamma + T_R$$

$$0 = \vec{p}_R + \vec{p}_\gamma$$

$$T_R = \frac{p_R^2}{2M}$$

$$p_R = p_\gamma \qquad E_\gamma = cp_\gamma$$

$$\Delta E = E_i - E_f = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2\,Mc^2}$$

$$E_\gamma = Mc^2\left[-1 \pm \left(1 + 2\,\frac{\Delta E}{Mc^2}\right)^{1/2}\right]$$

$$\Delta E\,(\sim \mathrm{MeV}) \ll Mc^2\,(\sim A10^3\,\mathrm{MeV})$$

$$E_\gamma \approx \Delta E - \frac{(\Delta E)^2}{2\,Mc^2}$$

$\sim 10^{-5}$ MeV

Естествената ширина на γ-линията $\Gamma=\hbar/\tau$ ($\hbar = 6.58\text{x}10^{-22}$ MeV.s; $\tau \geq 10^{-13}$s) е няколко порядъка по-малка → няма самопоглъщане. Освен при ефекта на Mössbauer.

Ядрено делене:
ядрени реактори и експлозиви

Защо ядрата се делят?

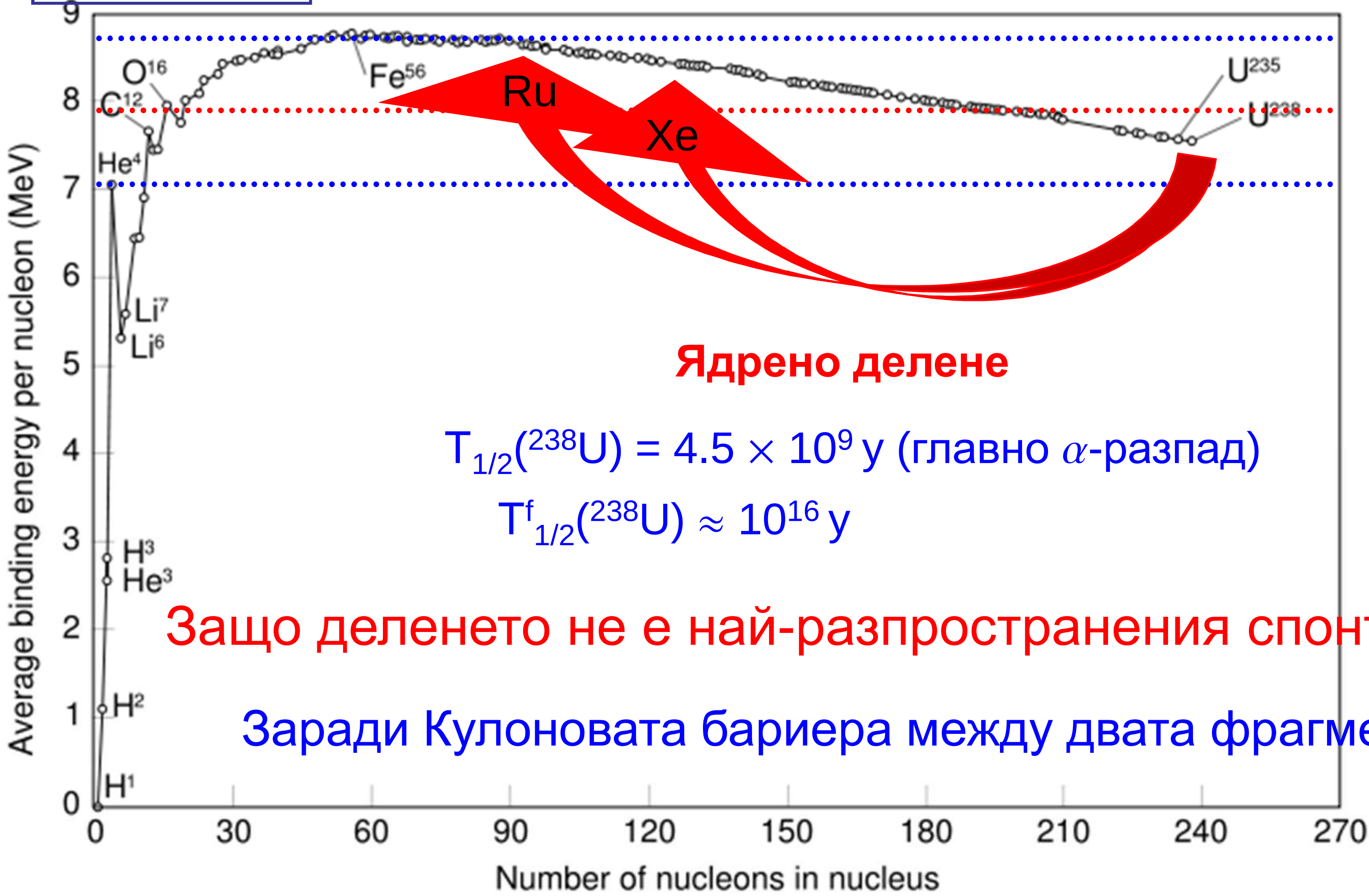
$$m\,({}^{A}_{Z}X_N) = N\,m_n + Z\,m_n - \frac{1}{c^2}\boxed{B\,(N,Z)}$$

$$\Delta = (m - A)\,c^2$$

${}^{238}U \longrightarrow 2\times{}^{119}Pd$

$E = 238 \times(-7.6\ \mathrm{MeV/n}) - 2 \times(119 \times(-8.5)) = 214\ \mathrm{MeV}$

Pd - паладий



Ядрено делене

$T_{1/2}({}^{238}U) = 4.5 \times 10^{9}$ y (главно α-разпад)

$T^{f}_{1/2}({}^{238}U) \approx 10^{16}$ y

Защо деленето не е най-разпространения спонтанен разпад?

Заради Кулоновата бариера между двата фрагмента.

Защо ^{235}U се дели, а ^{238}U - не?

$n + {}^{235}U \longrightarrow {}^{236}U^*$ $\qquad E_{ex} = [m({}^{236}U^*) - m({}^{236}U)]\,c^2$

$$m({}^{236}U^*) = m({}^{235}U) + m_n = (235.043924\,u + 1.008665\,u) = 236.052589\,u$$

$$E_{ex} = (236.052589\,u - 236.045563\,u)\,931.494\,MeV/u = 6.5\,MeV$$

Енергия на активация за ^{236}U $\qquad E_f({}^{236}U) = 6.2\,MeV$

Дори неутрони с нулева кинетична енергия ще предизвикат делене.

$n + {}^{238}U \longrightarrow {}^{239}U^*$ $\qquad E_{ex} = [m({}^{239}U^*) - m({}^{239}U)]\,c^2$

$$m({}^{239}U^*) = m({}^{238}U) + m_n = (238.050785\,u + 1.008665\,u) = 239.059450\,u$$

$$E_{ex} = (239.059450\,u - 239.054290\,u)\,931.494\,MeV/u = 4.8\,MeV$$

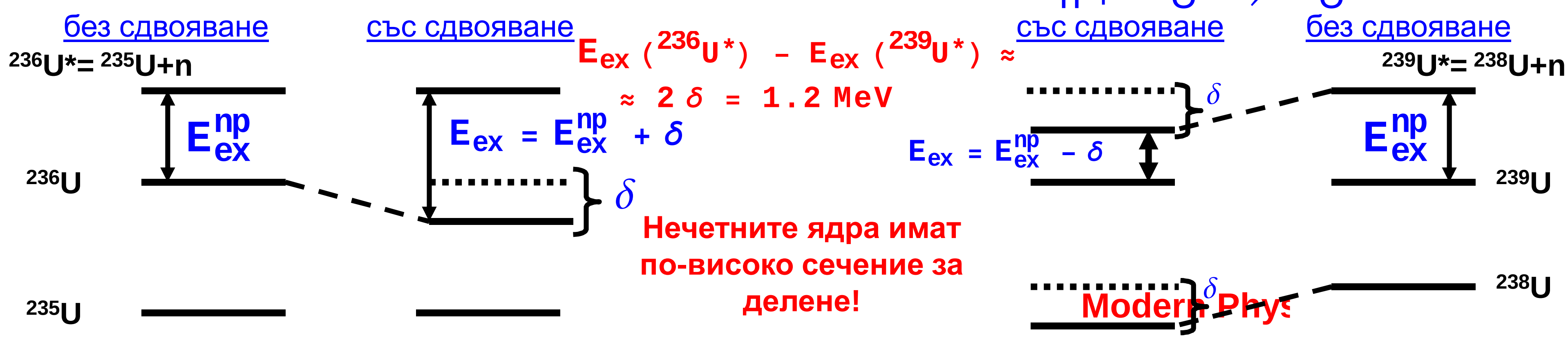
Енергия на активация за ^{239}U $\qquad E_f({}^{239}U) = 6.6\,MeV$

Само неутрони с кинетична енергия, по-голяма от 1.8 MeV ще предизвикат делене.

Сдвояване

$$B(N,Z) = a_{vol}A - a_{surf}A^{2/3} - a_c Z(Z-1)A^{-1/3} - a_{sym}\frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta$$

$$\delta = \begin{cases} +0.56\,MeV & \text{even - even} \\ 0 & \text{odd - even} \\ -0.56\,MeV & \text{odd - odd} \end{cases}$$



$$E_{ex}({}^{236}U^*) - E_{ex}({}^{239}U^*) \approx 2\delta = 1.2\,MeV$$

Нечетните ядра имат по-високо сечение за делене!

Верижна реакция

k_∞ - коефициент на размножаване ≡ промяната на броя топлинни неутрони между поколенията

$k_\infty = N_{n+1} / N_n$ $\qquad$ $k_\infty > 1$

Колко бързи неутрона имаме в n+1-тото поколение?

$\nu(^{235}U) = 2.42$ $\qquad$ Каква част η от забавените до топлинни енергии неутрони ще предизвикат делене?

поглъщане на топлинни неутрони – (n,γ)

$$\eta = \nu \frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_a}$$

(absorption)

$\sigma_f(^{235}U) = 584\ b$

$\sigma_a(^{235}U) = 97\ b$

$\sigma_a(^{238}U) = 2.75\ b$

$\eta(^{235}U) = 2.08$

Естествен уран $\quad U = 0.72\%(^{235}U) + 99.28\%(^{238}U)$

$\sigma_f = 0.72\%584\ b + 99.28\%\ 0\ b = 4.2\ b$

$\sigma_a = 0.72\%97\ b + 99.28\%2.75 = 3.43\ b$

$\eta(3\%^{235}U) = 1.84$

$\eta(U) = 1.33$

Каква част от бързите неутрони ще предизвикат делене в ^{238}U? $\longrightarrow$ нарастване на броя неутрони – $\epsilon = 1.03$

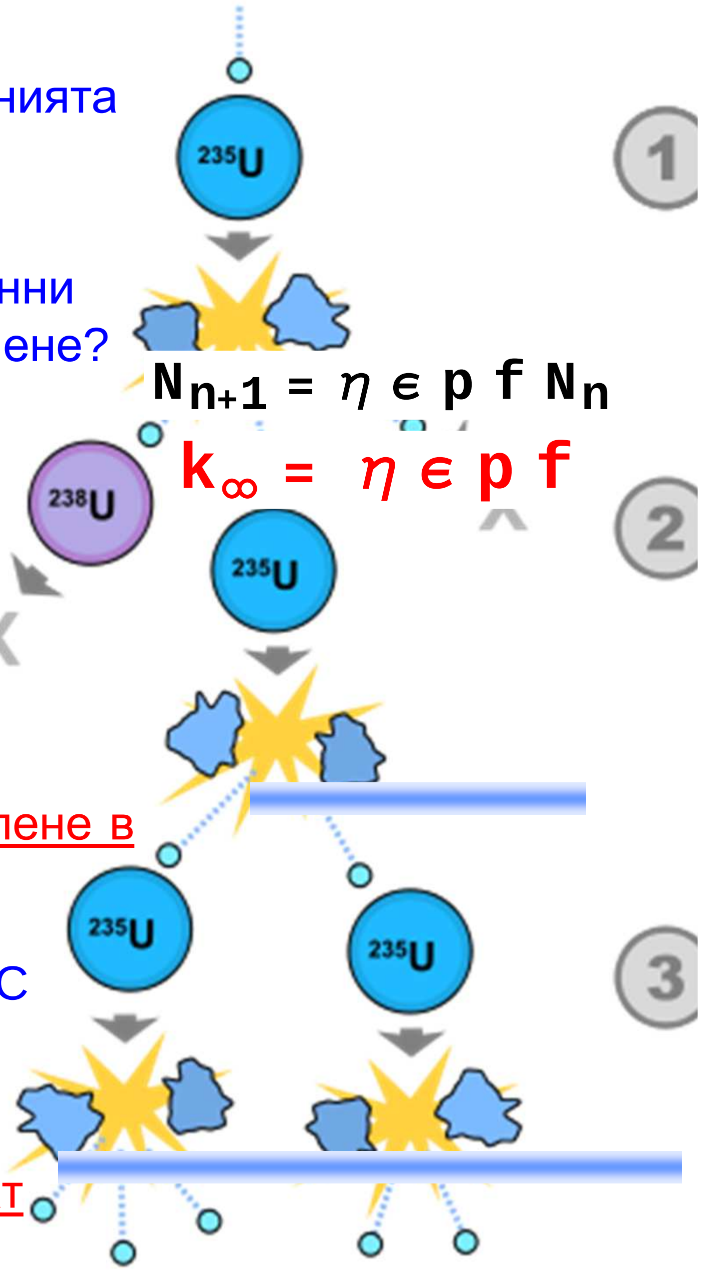
необходимост от забавяне - $\sigma \sim 1/\upsilon$ $\qquad$ H_2O, D_2O, ^{12}C

Каква част от забавящите се неутрони ще избегнат захват от резонанси? - p = 0.9

Каква част от термализираните неутрони ще избегнат захват в поглътителя? - f = 0.9

$N_{n+1} = \eta\, \epsilon\, p\, f\, N_n$

$k_\infty = \eta\, \epsilon\, p\, f$



Геометрични и времеви фактори

$$k_\infty = \eta \, \epsilon \, p \, f \qquad\qquad k = \eta \, \epsilon \, p \, f \, (1 - l_f)\,(1 - l_t)$$

отчита физическите особености на делящия се материал и забавителя

отчита конкретната инженерна реализация

$k < 1$ – подкритична реакция

$k = 1$ – критична реакция

$k > 1$ – надкритична реакция

изтичане на неутрони $l_f,\ l_t \ll 1$ $(l_f + l_t)$ намалява с нарастване на повърхността ~ R^{-2}

$k_\infty - k \simeq k\,(l_f + l_t)$ нараства с нарастване миграционния път на неутроните M

$$k_\infty - k \propto \frac{M^2}{R^2} \qquad k = 1 \qquad R_c = \frac{\pi M}{\sqrt{k_\infty - 1}}$$

← минимален размер на сфера, осигуряващ критичност

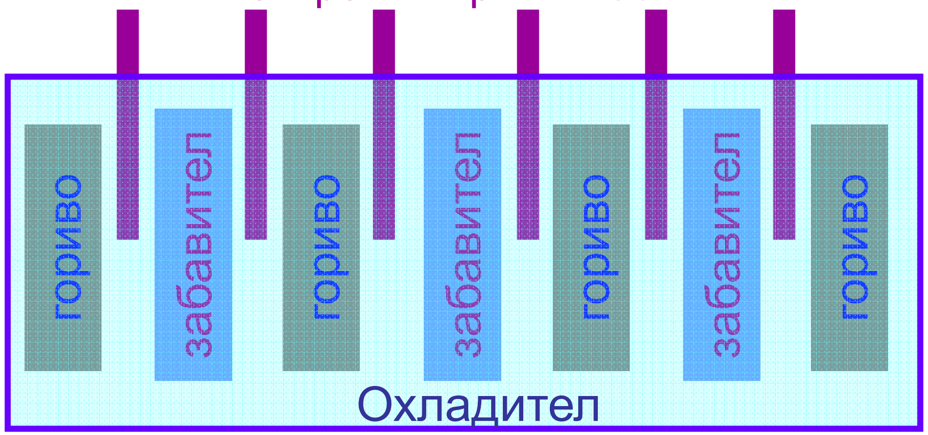
$$\tau = \tau_t + \tau_d$$

$\tau_t \sim$ забавяне 10^{-6} s, $\tau_d \sim 10^{-3}$ s дифузия

t	k	t+τ	t+2τ …
N		kN	k^2N ….

$$dN = (kN - N)\,\frac{dt}{\tau}$$

$$N(t) = N_0\, e^{\frac{(k-1)}{\tau}t}$$



$$k = 1.01 \qquad \frac{(k-1)}{\tau} \approx 10\ s^{-1}$$

$$N(1\,s)/N_0 = e^{10}$$

Ядрени реактори: класификация по тип на неутрони

1) Реактори на топлинни неутрони (thermal reactors) – изискват забавител

+ могат да работят с естествен или слабо обогатен U

- голяма централна зона (core, ядро) $\longrightarrow$ много радиоактивен отпадък

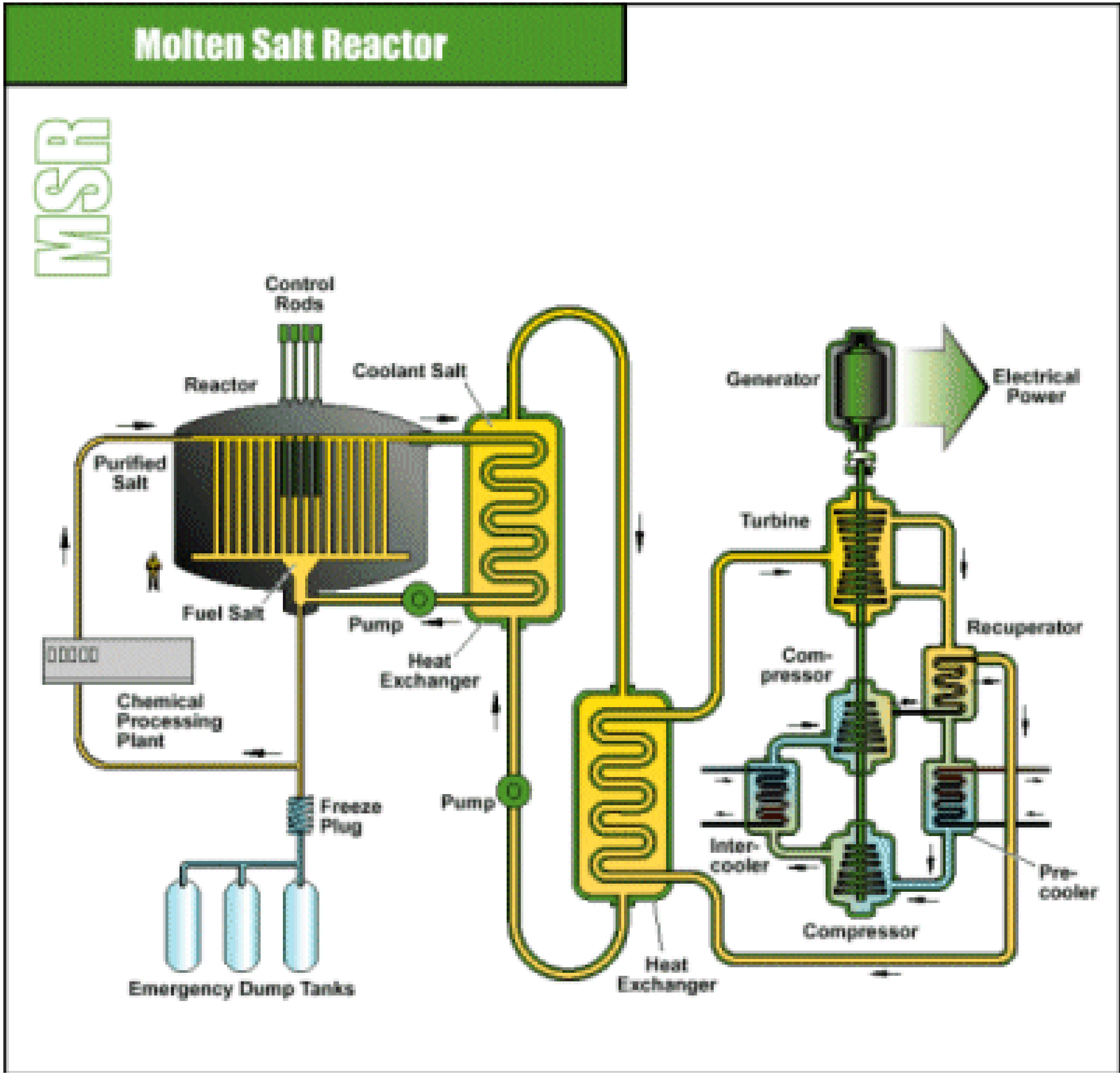
2) Реактори на междинни неутрони (1-100 keV) – главно експериментални

+ по-малко забавител $\longrightarrow$ по-малък обем

+ възможност за използване на ^{232}Th

$$^{232}\mathrm{Th} + n \longrightarrow {}^{233}\mathrm{Th} \xrightarrow[\beta^-]{T_{1/2}=22\ \mathrm{m}} {}^{233}\mathrm{Pa} \xrightarrow[\beta^-]{T_{1/2}=27\ \mathrm{d}} {}^{233}\mathrm{U}$$

Гориво: течно UF_4



Ядрени реактори класификация по тип на неутрони

1) Реактори на топлинни неутрони (thermal reactors) – изискват забавител

+ могат да работят с естествен или слабо обогатен U

- големи ядра ⟶ много радиоактивен отпадък

2) Реактори на междинни неутрони (1-100 keV) – главно експериментални

+ по-малко забавител ⟶ по-малък обем

+ възможност за използване на ^{232}Th

$$^{232}\mathrm{Th} + n \longrightarrow {}^{233}\mathrm{Th} \xrightarrow[\beta^-]{T_{1/2}=22\ \mathrm{m}} {}^{233}\mathrm{Pa} \xrightarrow[\beta^-]{T_{1/2}=27\ \mathrm{d}} {}^{233}\mathrm{U}$$

3) Реактори на бързи неутрони (размножители, fast breeders) – не изискват забавител

- изискват високо обогатено гориво (>20% ^{239}Pu или ^{235}U)

+ компактни ⟶ удобни за двигатели

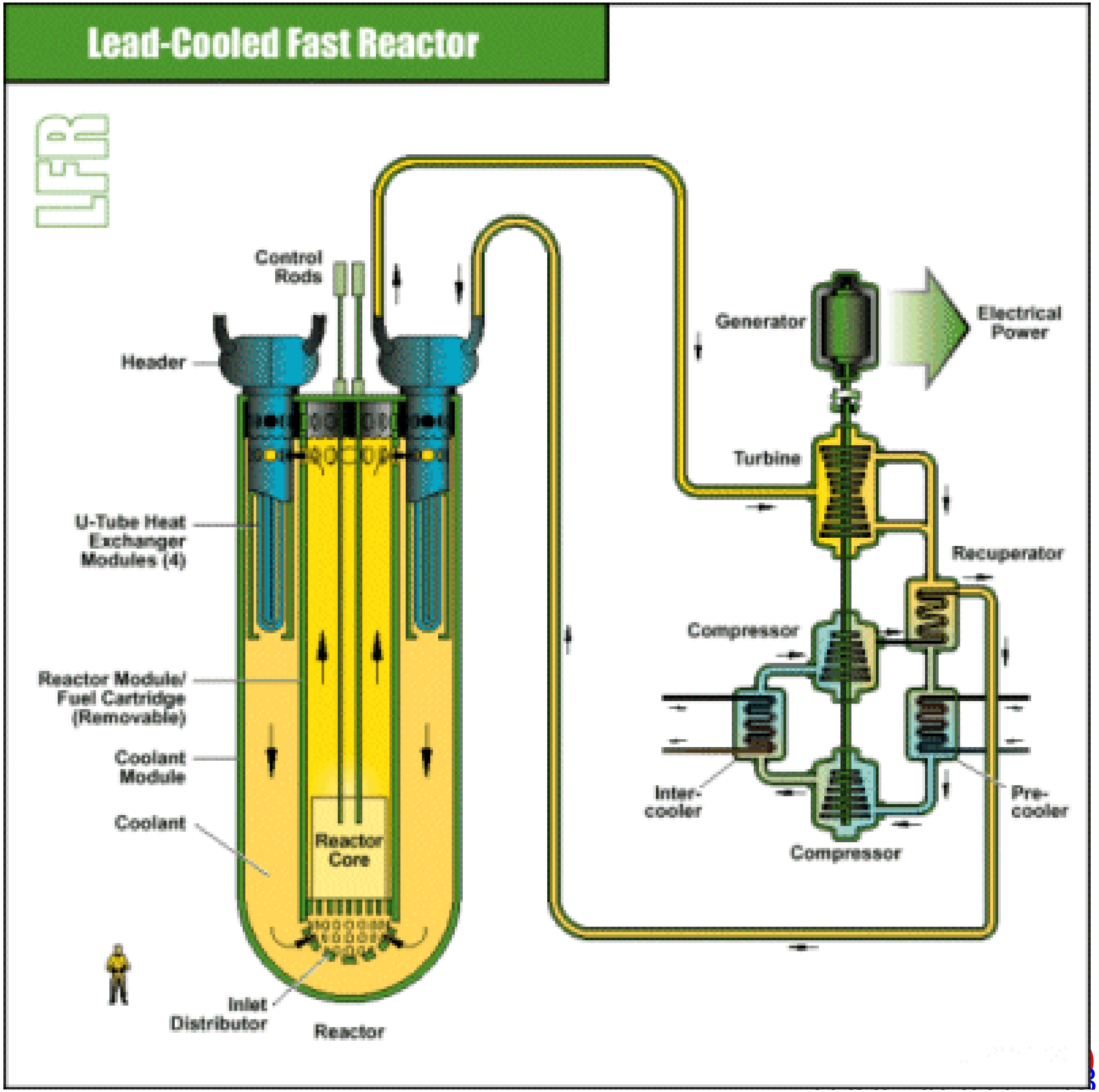
+ използват тежки материали за охладител ⟶ по-високи работни температури (550°C) ⟶ по-висока топлинна ефективност

+ по-рядко се нуждаят от презареждане

+ могат да произвеждат горивото си

$$^{238}\mathrm{U} + n \longrightarrow {}^{239}\mathrm{U} \xrightarrow[\beta^-]{T_{1/2}=23\ \mathrm{min}} {}^{239}\mathrm{Np} \xrightarrow[\beta^-]{T_{1/2}=2.3\ \mathrm{d}} {}^{239}\mathrm{Pu}$$

20% PuO_2
80% UO_2



Ядрени реактори
класификация по тип на забавителя

1) Графитни реактори – ^{12}C

2) Реактори на лека вода (Light Water Reactors)

+ евтина

+ ясни химични свойства

- не позволява използването на естествен U, поради голямото сечение за реакцията $n + p \longrightarrow d + \gamma$ обогатено гориво ~3%

+ отрицателна температурна обратна връзка

3) Реактори на тежка вода (Heavy Water Reactors) – D_2O

- скъпа

+ позволява използването на естествен U

4) Течни метали

5) Газове

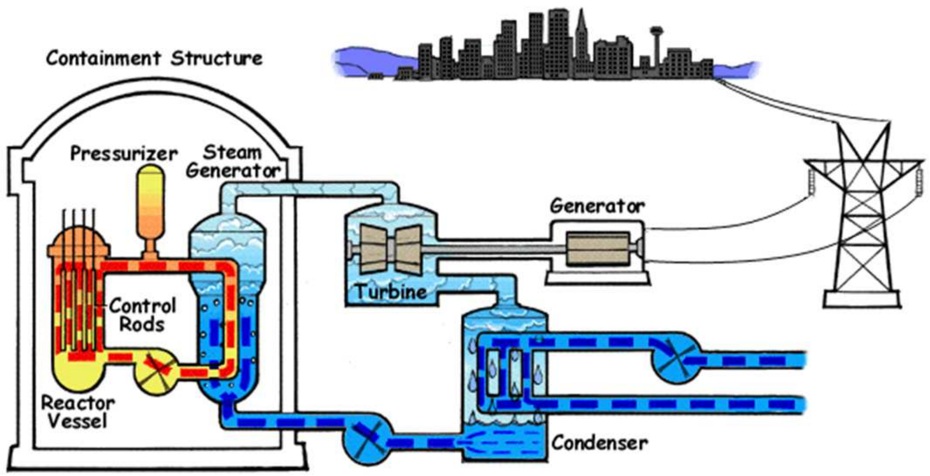
Ядрени реактори
класификация по тип на охладителя

1) Вода под налягане (Pressurized Water Reactors)

+ константно налягане ⟶ по-добър контрол върху забавянето на n

+ електрическата част е отделена от ядрената

- работи при високо налягане (~100 ат.) и температура (~300°C);



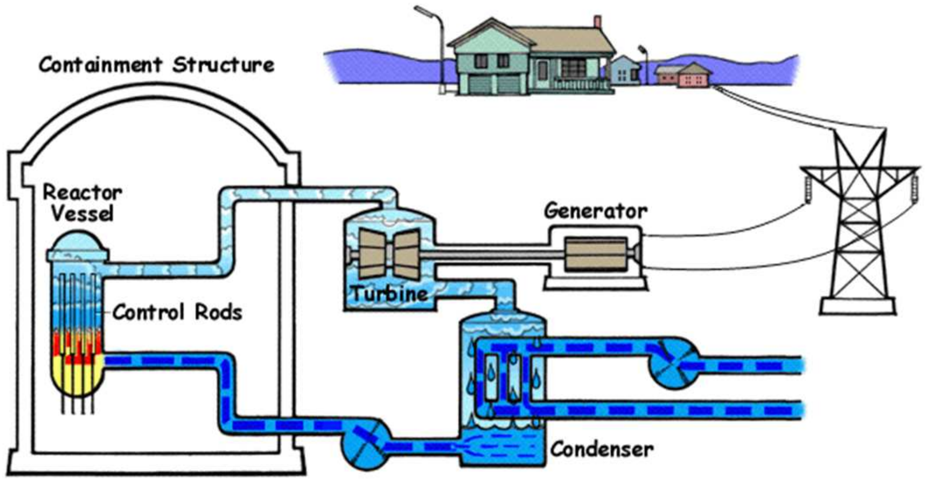
2) Кипяща вода (Boiling Water Reactors)

+ конструктивно по-прост

+ работи при по-ниски температури и налягания

- охладителя/забавителя се намира в две фази

- електрическата част не е отделена от ядрената



Ядрени експлозиви

^{238}U, ^{232}Th – могат да се делят, но само при определени условия;

^{235}U, ^{233}U и ^{239}Pu – се делят от всякакъв вид неутрони;

Критична маса – минималната маса за даден делящ се материал и конфигурация, при която настъпва критична верижна реакция.

1) Достатъчно материал за достигане на надкритична маса – използва се обогатяване > 90% (оръжейно качество на обогатения материал, weapon graded)

2) Иницииране на реакцията $\longrightarrow$ осигуряване на първоначалните неутрони

Po-Li смес:

Am-Be смес

$$^{218}Po \longrightarrow {}^{214}Pb + \alpha$$
$$^{216}Po \longrightarrow {}^{212}Pb + \alpha$$
$$^{210}Po \longrightarrow {}^{206}Pb + \alpha$$

$$\alpha + {}^{7}Li \longrightarrow {}^{10}B + n$$

Малък линеен ускорител за p

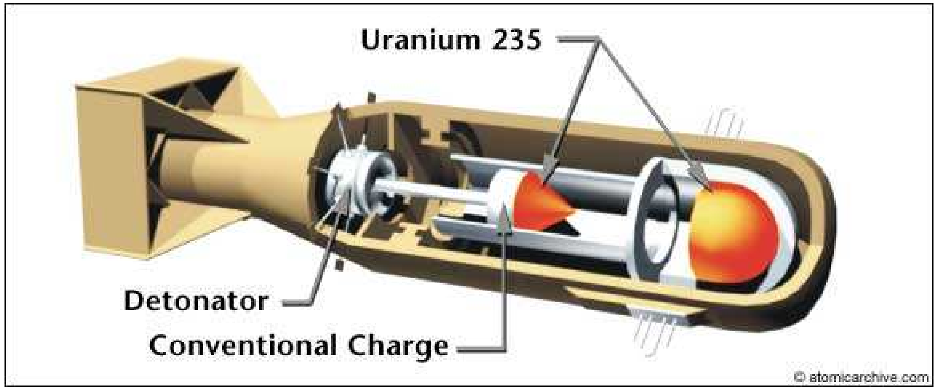
(p,n) реакция

3) Удържане на конструкцията максимално дълго $\longrightarrow$ максимално количество от делящия материал претърпява делене

СИНХРОНИЗАЦИЯТА е важен елемент от конструкцията.

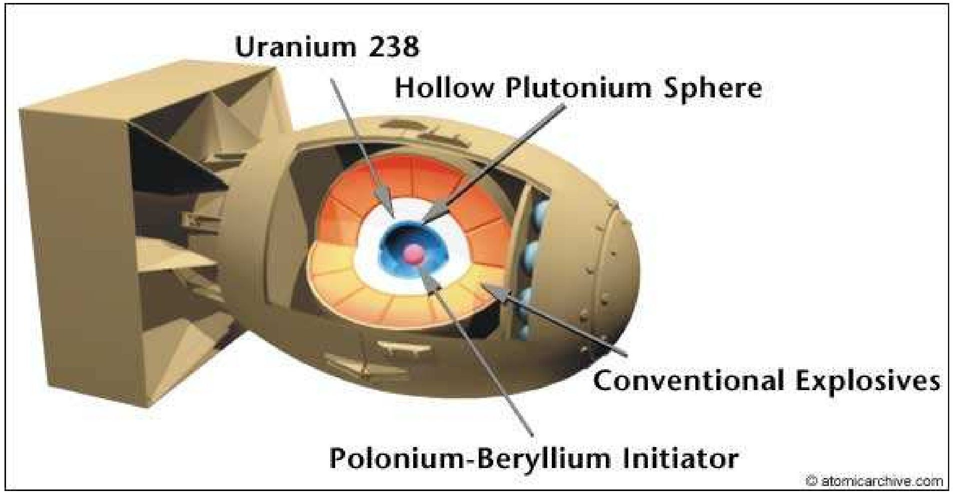
Ядрени експлозиви

Little boy -Хирошима



64 kg U (~ 80%)
~100% от чистата критична маса
4000 kg
само 1% от него е претърпял делене
13-16 kTNT

Fat Man - Нагазаки



6.2 kg Pu
~39 % от чистата критична маса
4630 kg
~20% от него е претърпял делене
21 kTNT

Термоядрен синтез

Термоядрен синтез в звездите (Слънцето)

Енергия, излъчвана от

Слънцето

$$L_{\odot} = 4\pi k I_{\odot} A^2$$

$k \approx 1$

A = 1 a.u. = $1.497\text{x}10^{11}$m

$I_{\odot}$ = 1.366 kW/m^2

= 1.96 cal/min/cm^2

$L_{\odot}$ = $3.83\text{x}10^{26}$ W

Слънчевата енергия,

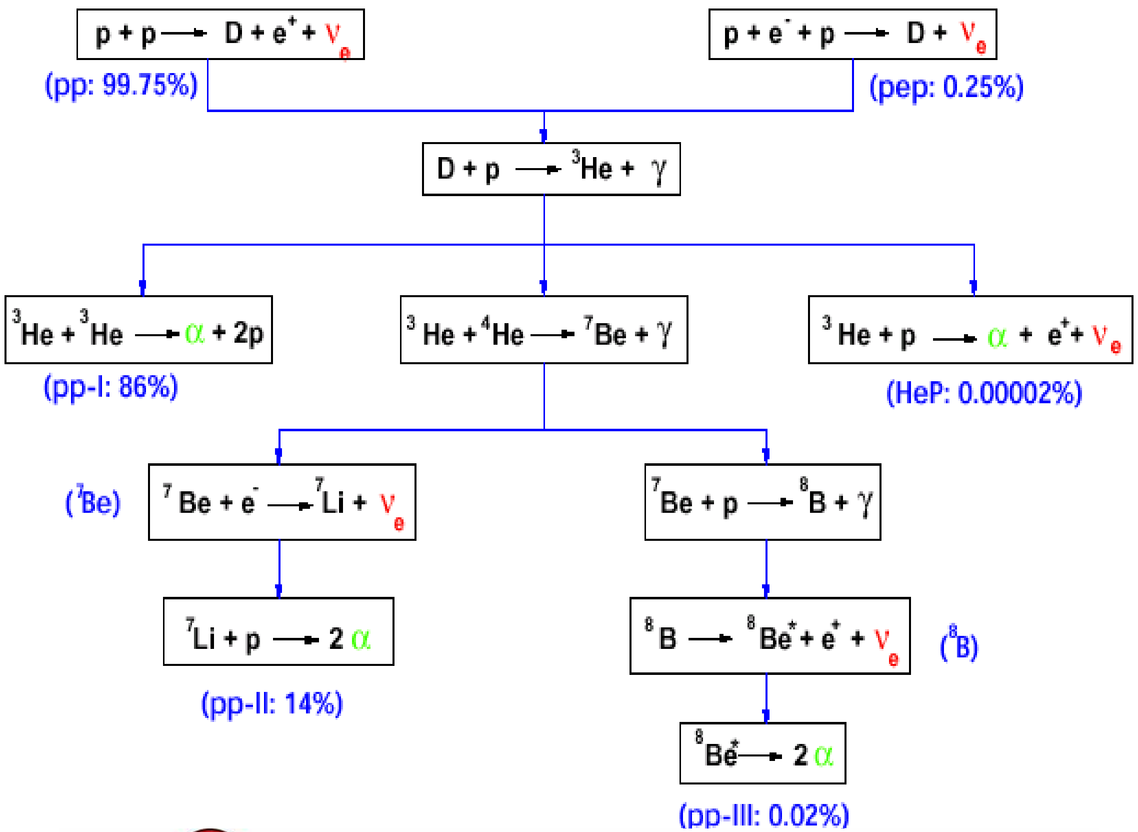
която Земята получава, е средно

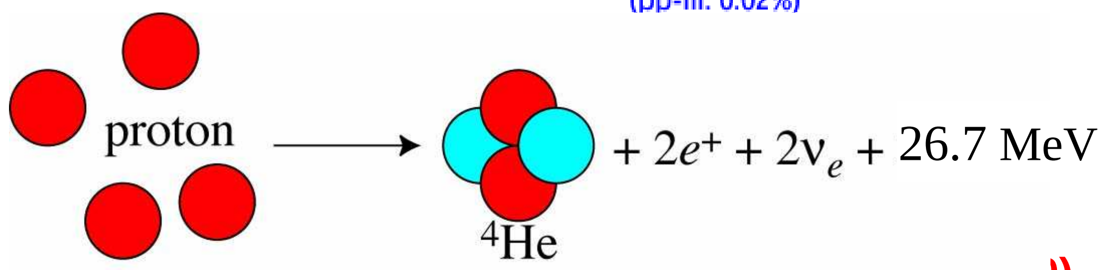
$1.740\text{x}10^{17}$ W = 174 млн. GW.

Световното производство

на електроенергия е ~ 2 хил. GW…

$T_C \approx 15.7\text{x}10^6$ K = 1.35 keV





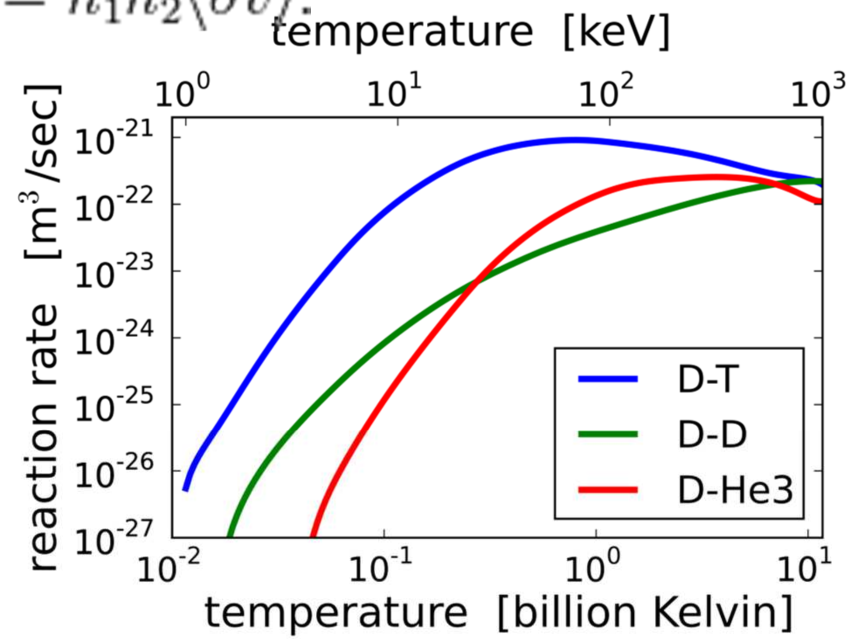
Управляем термоядрен синтез

Кулонова бариера

$$V_C = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z_1 Z_2}{|R_1 + R_2|}$$

За реакция (3) $V_C \approx 0.4$ MeV.

$$f = n_1 n_2 \langle \sigma v \rangle .$$



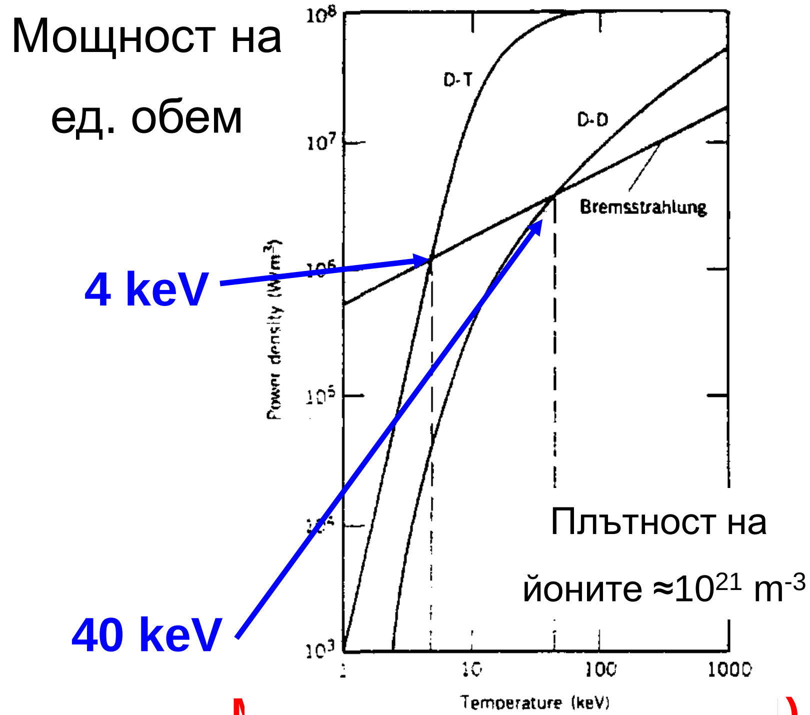
1) $d + d \rightarrow {}^3_2\mathrm{He} + n + 3{,}27$ MeV,

2) $d + d \rightarrow t + p + 4{,}03$ MeV,

3) $d + t \rightarrow n + \alpha + 17{,}59$ MeV

и за получаване на тритий

4) ${}^6_3\mathrm{Li} + n \rightarrow t + \alpha + 4{,}79$ MeV.



Критерии на Лаусън:

$$n\tau > \frac{12kT}{\langle v\sigma \rangle Q}$$

Термоядрена бомба

Най-често се използва LiD (обогатен с ^{6}Li)

като експлозив.

За “капсул-детонатор” служи “обикновена”

ядрена бомба, осигуряваща T ~ 3x10^{8}K.

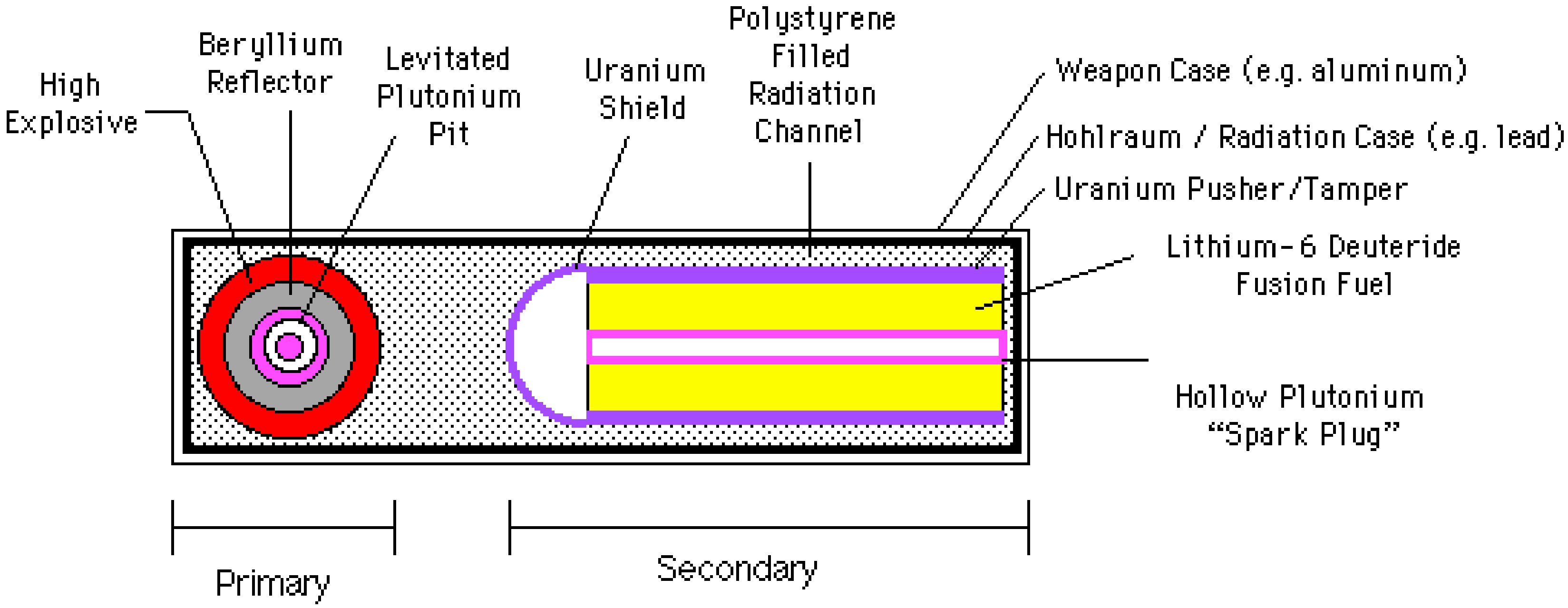
Най-мощната взривена бомба

е била тристъпкова

с 50 Mt TNT (=2.1x10^{17}J).

Взривът трае ~20-40 ns →

развива се мощност ~5x10^{24} W!



Edward Teller- Stanaw Ulam design (two-stage bomb)