

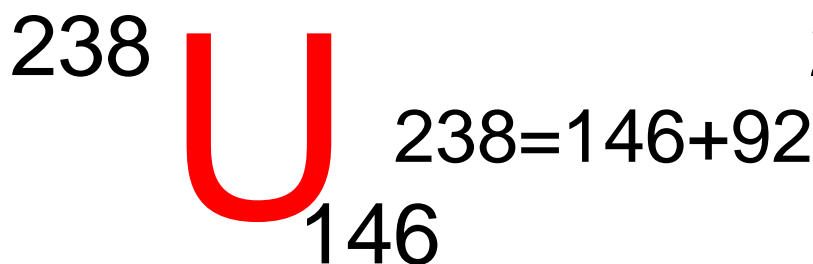
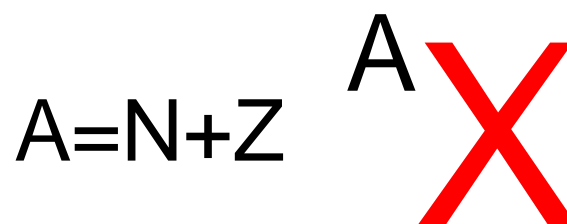
Основни свойства на ядрата

Маси и разпространение на изотопите.
Енергия на свързване.

Основни означения - *напомняне*

1932 - Chadwick – открива нейтрона – **електрически неутрална частица** с маса $m_n \approx m_p$ ($m_p = 938.272 \text{ MeV}$, $m_n = 939.566 \text{ MeV}$, $\Delta m = 1.293 \text{ MeV}$)
{**протон**, **нейтрон**} \equiv **нуклеон**

ЯДРО $\equiv Z, N, A=N+Z$



Z – константа – **изотопи** (^{112}Sn , ^{114}Sn , ^{115}Sn , ^{116}Sn , ^{118}Sn , ^{120}Sn) **Z=50**

N – константа – **изотони** (^{132}Te , ^{134}Xe , ^{136}Ba , ^{138}Ce) **N = 80**

Ядрена маса и енергия на свързване

$$m(N, Z) c^2 = m_{\text{атом}} c^2 - Z m_e c^2 + \sum_{i=1}^Z B_i^e \quad B_i^e \approx 10 - 100 \text{ keV} \quad \sim 10^{-6}$$

$$m(N, Z) = A \cdot 1000 \text{ MeV}$$

$$B(N, Z) = \{ Z m_p + N m_n - [m_{\text{атом}} - Z m_e] \} c^2$$

$$B(N, Z) = \{ Z (m_p + m_e) + N m_n - m_A \} c^2$$

$$B(N, Z) = \{ Z m(^1\text{H}) + N m_n - m_A \} c^2$$

По дефиниция: $1 \text{ u (amu)} = 1/12 M(^{12}\text{C})$ или $M(^{12}\text{C}) = 12 \text{ u}$

$$1 \text{ u} = 1.6605 \cdot 10^{-24} \text{ g}$$

$$c^2 = 931.494 \text{ MeV/u}$$

$$m_p = 1.00782503207(10) \text{ u}$$

$$m_n = 1.0086649157(6) \text{ u}$$

Експериментално определяне на ядрените маси

Необходима точност на измерването: 1% за определяне на относителното разпространение и 10^{-6} за определяне на масата!

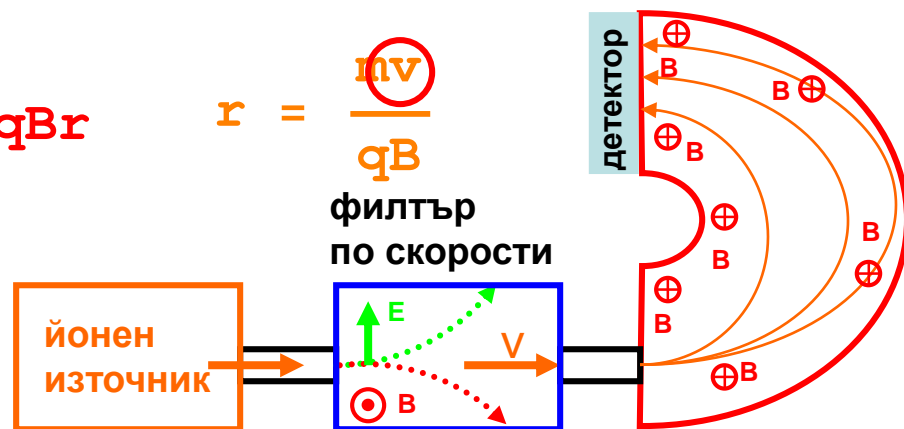
Спектроскопия по маса

$$qE = qvB \quad \textcircled{v} = \frac{E}{B}$$

$$m = \frac{qrB^2}{E}$$

$$mv = qBr$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$



Проблем: за директно измерване е необходимо всички параметри да се калибрират с точност $10^{-6} \Rightarrow$ относителни измервания (метод на масовите дублети):

Приемаме $m(^{12}\text{C}) = 12.000000 \text{ u}$

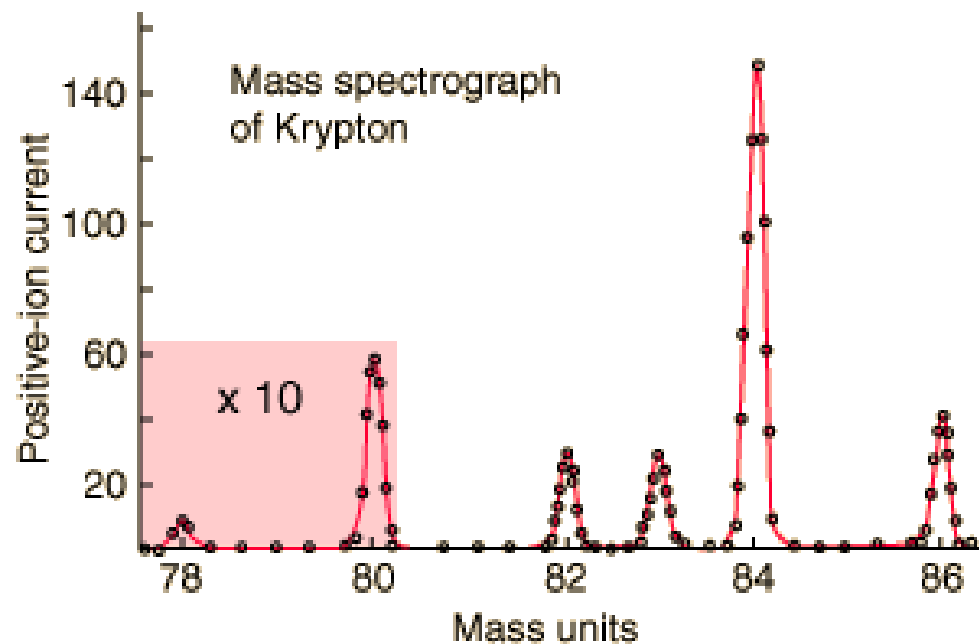
Калибрираме за маса 128

Измерваме $m(\text{C}_9\text{H}_{20})$ и $m(\text{C}_{10}\text{H}_8) \Rightarrow \Delta = 0.09390032 \pm 0.00000012$

$$\Delta = m(\text{C}_9\text{H}_{20}) - m(\text{C}_{10}\text{H}_8) = 12m(^1\text{H}) - m(^{12}\text{C}) \quad m(^1\text{H}) = (1/12)[m(^{12}\text{C}) + \Delta] = 1.00782503(1)$$

Калибрираме за маса 28 и прилагаме същата процедура за C_2H_4 и N_2

Разпространение на изотопите



^{78}Kr 0.356%

^{80}Kr 2.27%

^{82}Kr 11.6%

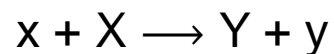
^{83}Kr 11.5%

^{84}Kr 57.0%

^{86}Kr 17.3%

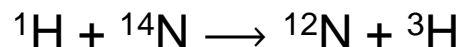
$$m(\text{Kr}) = 0.00356 m(^{78}\text{Kr}) + 0.0227 m(^{80}\text{Kr}) + \dots = 83.8 \text{ u}$$

Енергиен баланс при ядрени реакции



$$m(x) c^2 + m(X) c^2 + T(x) = m(Y) c^2 + m(y) c^2 + T(Y) + T(y)$$

$$Q = [m(x) + m(X) - m(Y) - m(y)] c^2$$

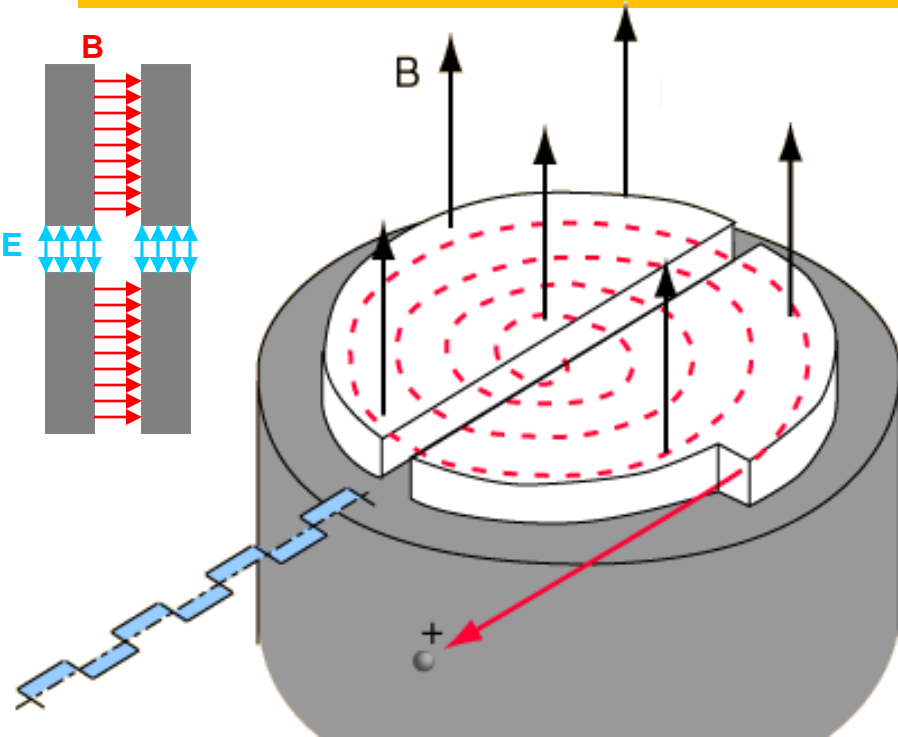


$$m({}^1\text{H}) = 1.007825 \text{ u} \quad m({}^{14}\text{N}) = 14.003074 \text{ u} \quad m({}^3\text{H}) = 3.016049$$

$$Q = -22.1355 (10)$$

$$m({}^{12}\text{N}) = 12.018613 (1)$$

Метод на циклотронната честота



$$\frac{m v^2}{r} = B q v \quad \frac{v}{r} = \omega = \frac{B q}{m}$$

циклотронна честота

$$f_c = \frac{\omega}{2 \pi} = \frac{B q}{2 \pi m}$$

$$f_{RF} = \left(n + \frac{1}{2} \right) f_c \quad N(f_{RF})$$

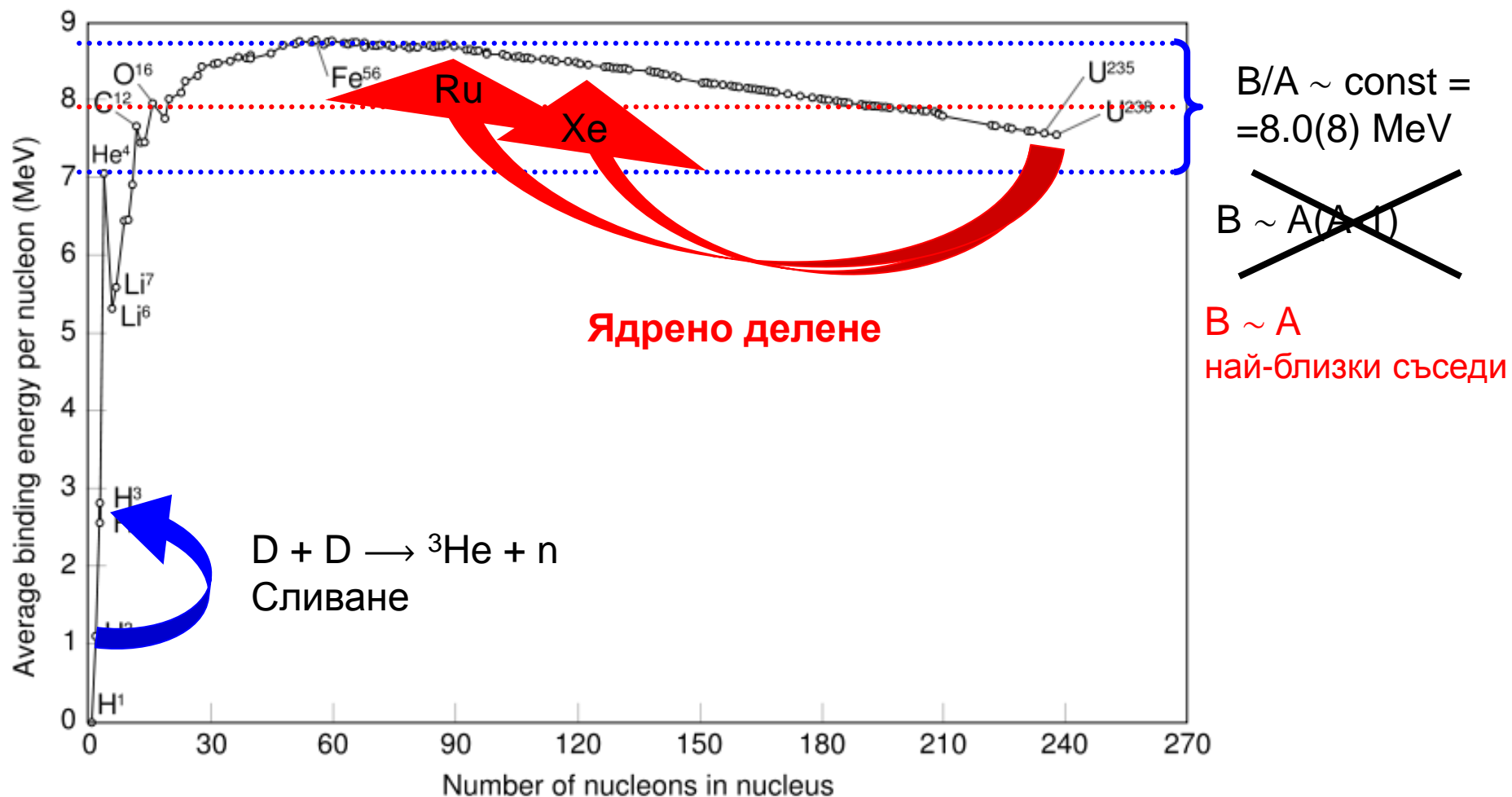
$$f_c \left(\frac{q}{m} \right)$$

- директно измерване на заряда на регистрирания йон (йонизационни камери, Si детектори или телескопи);
- измерване на близки по маси йони, намиращи се в едно и също зарядово състояние: $^{16}\text{O}^+_2$ и $^{32}\text{S}^{++}$;

Енергия на свързване

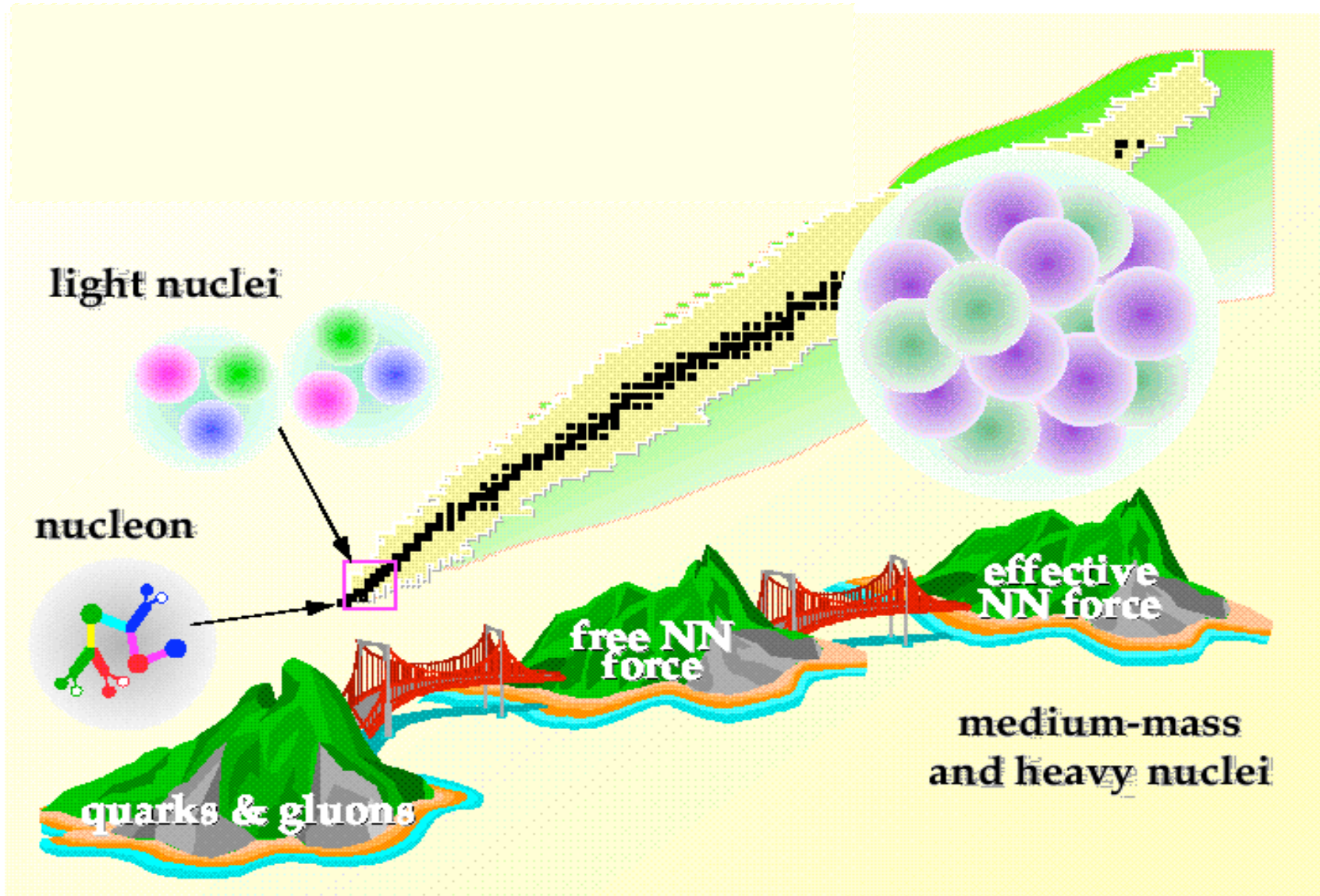
$$m({}_Z^AX_N) = [Z m({}_1^1\text{H}) + N m_n - \frac{1}{c^2} B(N, Z)] \quad \Delta = (Z m({}_1^1\text{H}) + N m_n - m({}_Z^AX_N)) c^2$$

Енергетичния остатък/излишък от образуването на ядрена свързана система



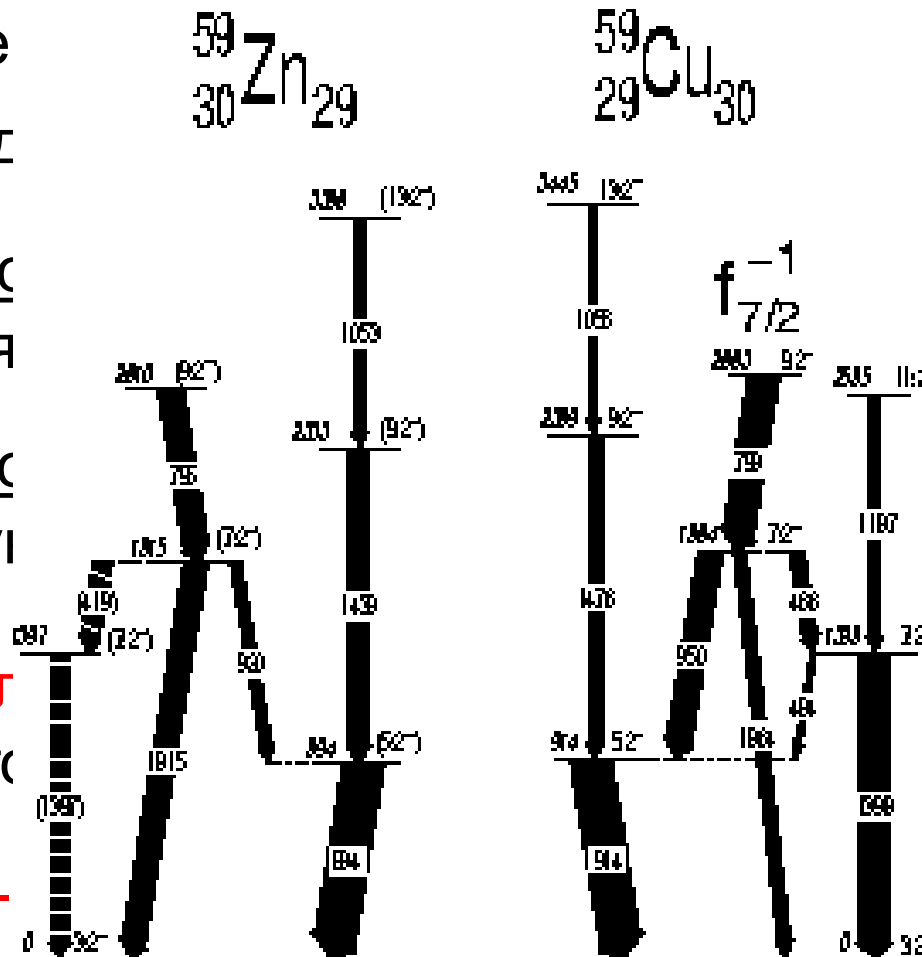
Ядрени сили

Ядрени сили и ядрен многочастичен проблем



Основни свойства на ядрените сили

- късодействие и насищане - на къси разстояния (10^{-15} m) **по-силна от Кулоновата сила**, но **пренебрежимо слаба** на разстояния по-голе
- избирателност - д
- зарядова независимост - неутроните са проя
- спинова зависимост - на спиновете на нуклеоните и **а - нуклеон**;
- **ориентация**
- предимно **привл**
- **сърцевина** на мног
- има **тензорна (не-отблъскваща)**



Деутерон – ^2H

- енергия на свързване

$$m(\text{C}_6\text{H}_{12}) - m(\text{C}_6\text{D}_6) = 9.289710(24) \times 10^{-3} \text{ u}$$

$$m(^2\text{H}) = 2.014101789(21) \text{ u}$$

$$B = [m(^1\text{H}) + m(n) - m(^2\text{H})] c^2 = 2.22463(4) \text{ MeV}$$

$$m(\text{C}_6\text{D}_{12}) - m(\text{C}_6\text{D}_6) = 84.610626(90) \times 10^{-3} \text{ u}$$

$$m(^2\text{H}) = 2.014101771(15) \text{ u}$$

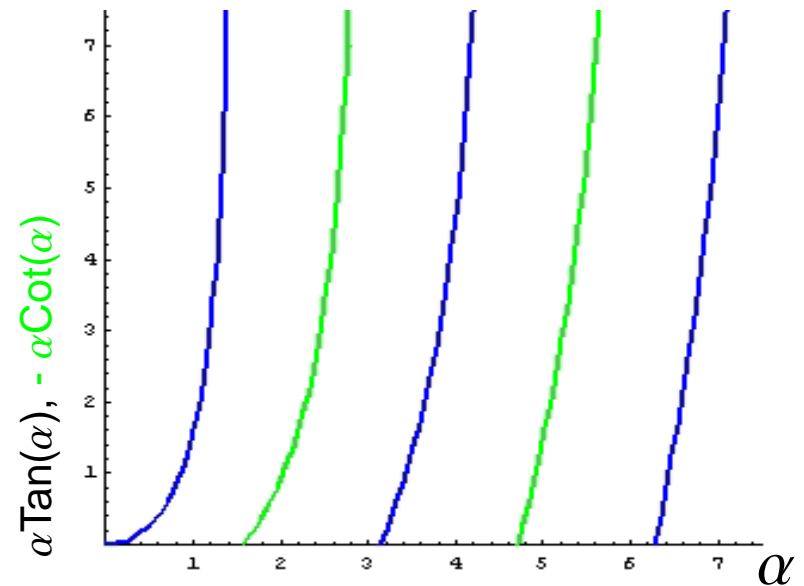
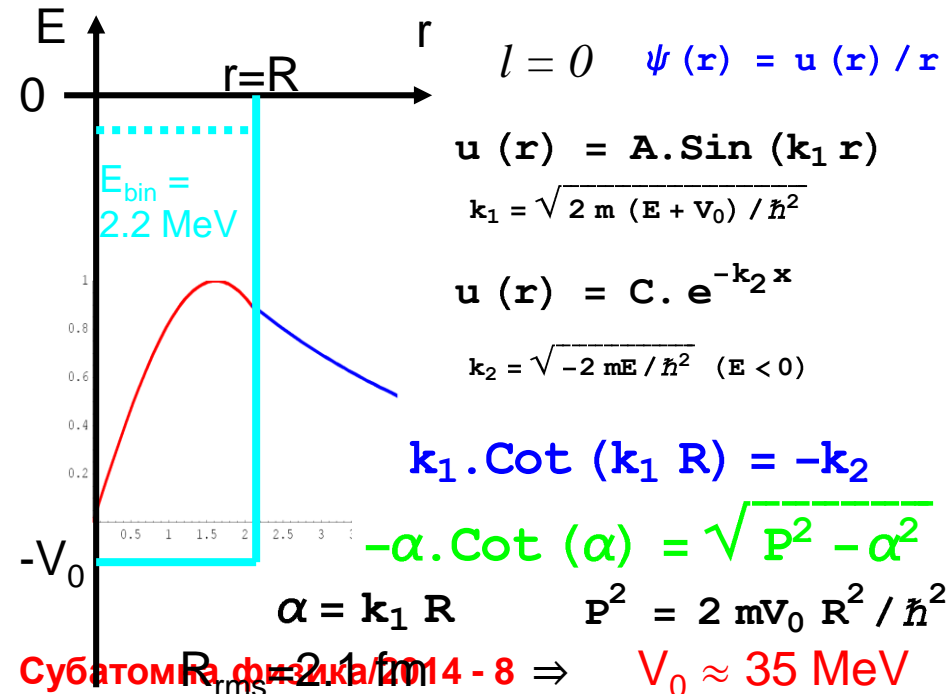
Ядрени реакции:

$$\langle B/A \rangle \sim 8 \text{ MeV} \quad B/A(D) \sim 1.1 \text{ MeV}$$

$$^1\text{H} + n \rightarrow ^2\text{H} + \gamma \quad E_\gamma = 2.224589(2) \text{ MeV} \quad \gamma + ^2\text{H} \rightarrow ^1\text{H} + n \quad E_{\gamma\text{min}} = 2.224(2) \text{ MeV}$$

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & r < R \\ 0 & r > 0 \end{cases}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dr^2} + V(r) u(r) = E u(r)$$



Спин, четност и ЕМ моменти на ^2H

$$\vec{I} = \vec{s}_p + \vec{s}_n + \vec{I}$$

$$I^{\pi}_{exp} = 1^{+}$$

Деутронът съществува само в спин-триплетни състояния!



Нуклеон-нуклеонното взаимодействие зависи от относителната ориентация на спиновете

Магнитен момент

$I=0$:

$$\mu = \mu_n + \mu_p = \frac{\mu_N}{2} (g_{sn} - g_{sp}) = 0.879804 \mu_N$$

$$\mu_{exp} = 0.8574376 (4) \mu_N$$

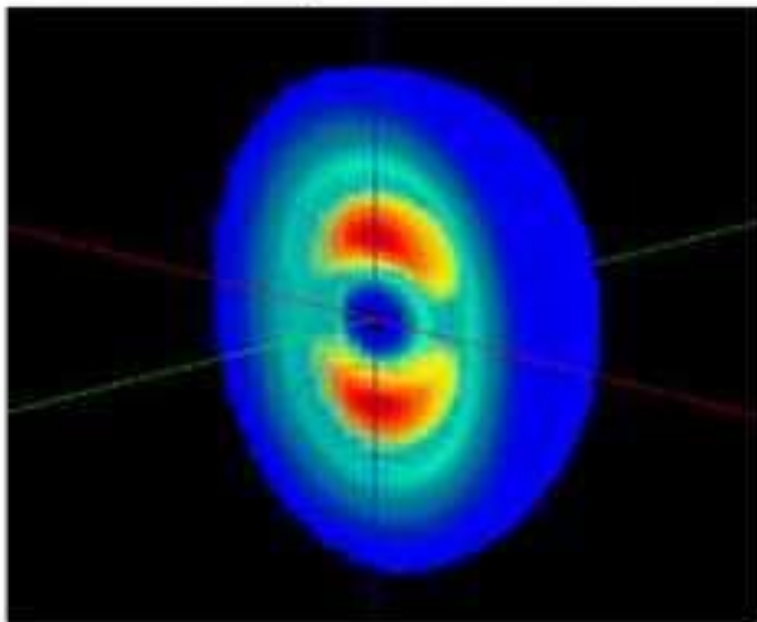
$$\psi = a_s \psi (1 = 0) + a_d \psi (1 = 2)$$

$$a_s^2 = 0.96, a_d^2 = 0.04$$

Квадруполен момент

$$Q_{exp} = 2.88(2) \text{ mb}$$

Intrinsic Shape of the Deuteron



- Ядрената сила зависи от относителната ориентация на вътрешния спин спрямо оста, свързваща двата нуклеона → тензорна компонента;
- Протон-неутронното взаимодействие индуцира несферично разпределение на ядреното вещество!

Принцип на Паули

Два протона(неутрона) **не могат** да се намират в едно и също пространствено-спиново състояние, т.е. вълновата функция на с-мата трябва да е **напълно антисиметрична** по отношение размяната на пространствено-спиновите координати на кои да е два протона(неутрона) .

$$\Psi(1, 2) = \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \chi(s^{(1)}, s^{(2)})$$

$$\hat{P}_{12}^r \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \pm \psi(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$$

$$\hat{P}_{12}^r \psi(\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \pm \psi(-\vec{r}) \Rightarrow \hat{P}_{12}^r \psi(r, \theta, \phi) = (-1)^1 \psi(r, \theta, \phi)$$

$$\hat{P}_{12}^s \chi(s^{(1)}, s^{(2)}) = \pm \chi(s^{(2)}, s^{(1)})$$

$$\vec{S} = \vec{S}^{(1)} + \vec{S}^{(2)}$$

$$S^2 \chi(s^{(2)}, s^{(1)}) = S(S+1) \chi(s^{(2)}, s^{(1)})$$

$$S_z = S_z^{(1)} + S_z^{(2)}$$

$$S_z \chi(s^{(2)}, s^{(1)}) = S_z \chi(s^{(2)}, s^{(1)})$$

$$\chi_{00} = \frac{1}{\sqrt{2}} [s_{1/2\ 1/2}^{(1)} s_{1/2\ -1/2}^{(2)} - s_{1/2\ -1/2}^{(1)} s_{1/2\ 1/2}^{(2)}] \leftarrow \text{синглет}$$

$$\chi_{ss_z}(s^{(2)}, s^{(1)}) = \left\{ \begin{array}{l} \chi_{10} = \frac{1}{\sqrt{2}} [s_{1/2\ 1/2}^{(1)} s_{1/2\ -1/2}^{(2)} + s_{1/2\ -1/2}^{(1)} s_{1/2\ 1/2}^{(2)}] \\ \chi_{1+1} = s_{1/2\ 1/2}^{(1)} s_{1/2\ 1/2}^{(2)} \\ \chi_{1-1} = s_{1/2\ -1/2}^{(1)} s_{1/2\ -1/2}^{(2)} \end{array} \right\} \leftarrow \text{триплет}$$

$$\hat{P}_{12}^s \chi_{00} = -\chi_{00}$$

$$\hat{P}_{12}^s \chi_{1\ s_z} = +\chi_{1\ s_z}$$

$$\hat{P}_{12}^s \chi_{ss_z} = (-1)^{s+1} \chi_{ss_z}$$

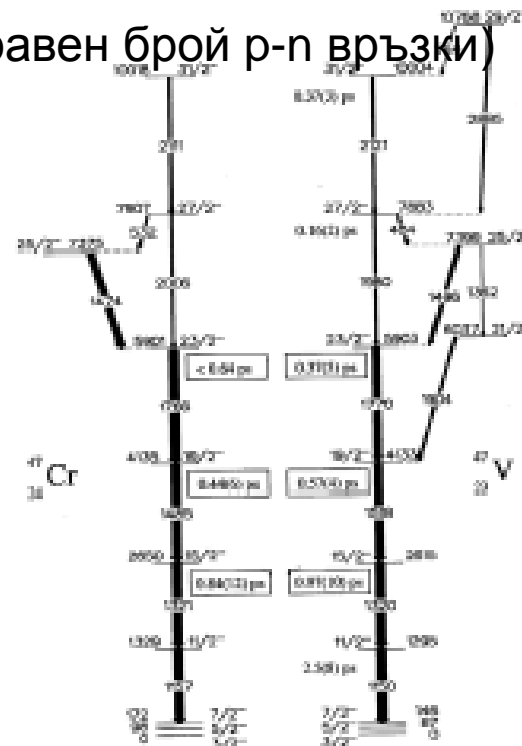
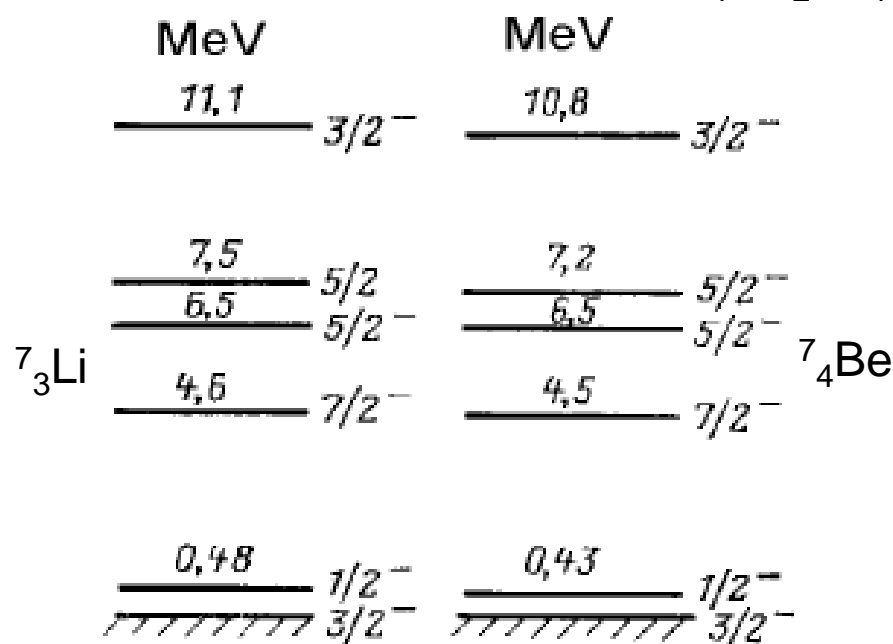
$$\hat{P}_{12}^r \hat{P}_{12}^s = (-1)^{1+s+1} = -1$$

Зарядова независимост/симетрия

Зарядова независимост - по отношение на ядреното взаимодействие p-p, n-n и p-n взаимодействия са еквивалентни;

Зарядова симетрия – по отношение на ядреното взаимодействие p-p и n-n взаимодействия са еквивалентни;

Огледални ядра ($Z_1=N_2$, $N_1=Z_2$ – равен брой p-n връзки)



Изобар	$^{200}_{79}\text{Au}$	$^{200}_{80}\text{Hg}$	$^{200}_{81}\text{Tl}$	$^{200}_{82}\text{Pb}$	$^{200}_{83}\text{Bi}$	$^{200}_{84}\text{Po}$
B [MeV]	1579.7	1581.4	1578.8	1576.9	1533.9	1566.2

ИЗОСПИН

1932 – Heisenberg: протонът и неутронът представляват **две 'състояния'** на една и съща частица – **нуклеон**! \leftrightarrow зарядова инвариантност \rightarrow квантово число – **ИЗОТОПИЧЕН СПИН (ИЗОСПИН)**

$$T = 1/2 \quad T_{zn} = 1/2 \quad T_{zp} = -1/2$$

$$\psi_n = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \psi_p = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \hat{T} = \left\{ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\hat{T}^2 = T_x^2 + T_y^2 + T_z^2 = \frac{3}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \hat{T}^2 \psi_{n,p} = \frac{3}{4} \psi_{n,p} = T(T+1) \psi_{n,p}$$

$$T_z = \sum_{i=1}^A T_z^i = \frac{1}{2} (N - Z) \quad \hat{T} = \sum_{i=1}^A \vec{T}_i$$

Двунуклонна система

$$\psi_{nn} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_2 \quad \psi_{np} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_2 \quad \psi_{pp} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_2$$

$$T_z \psi_{nn} = \frac{1}{2} \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_2 + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_2 \right] = \frac{1}{2} \psi_{nn} + \frac{1}{2} \psi_{nn} = \psi_{nn} \quad T_z \psi_{pp} = -\psi_{pp}$$

$$T^2 \psi_{nn} = T_x[T_x \psi_{nn}] + T_y[T_y \psi_{nn}] + T_z[T_z \psi_{nn}] = 2 \psi_{nn} \quad T^2 \psi_{pp} = 2 \psi_{pp} \quad T = 1$$

$$\hat{P}_{12}^t \psi_{pp} = \psi_{pp} \quad \psi_{np} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_p \psi_n + \psi_n \psi_p) \quad T = 1, \quad T_z = 0$$

$$\hat{P}_{12}^t \psi_{TT_z} = (-1)^{T+1}$$

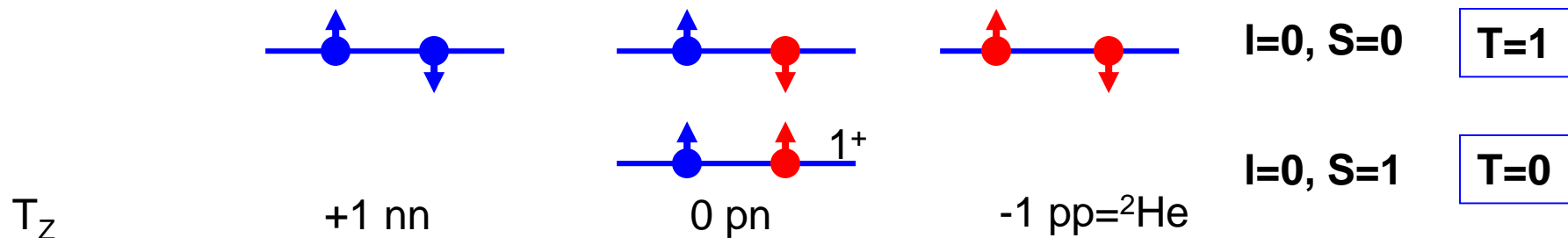
$$\hat{P}_{12}^t \psi_{nn} = \psi_{nn} \quad \psi_{np} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_p \psi_n - \psi_n \psi_p) \quad T = 0, \quad T_z = 0$$

Обобщен принцип на Паули

$$\hat{P}_{12}^r \hat{P}_{12}^s \hat{P}_{12}^t = (-1)^{1+s+t} = -1$$

Изотопични мултиплети

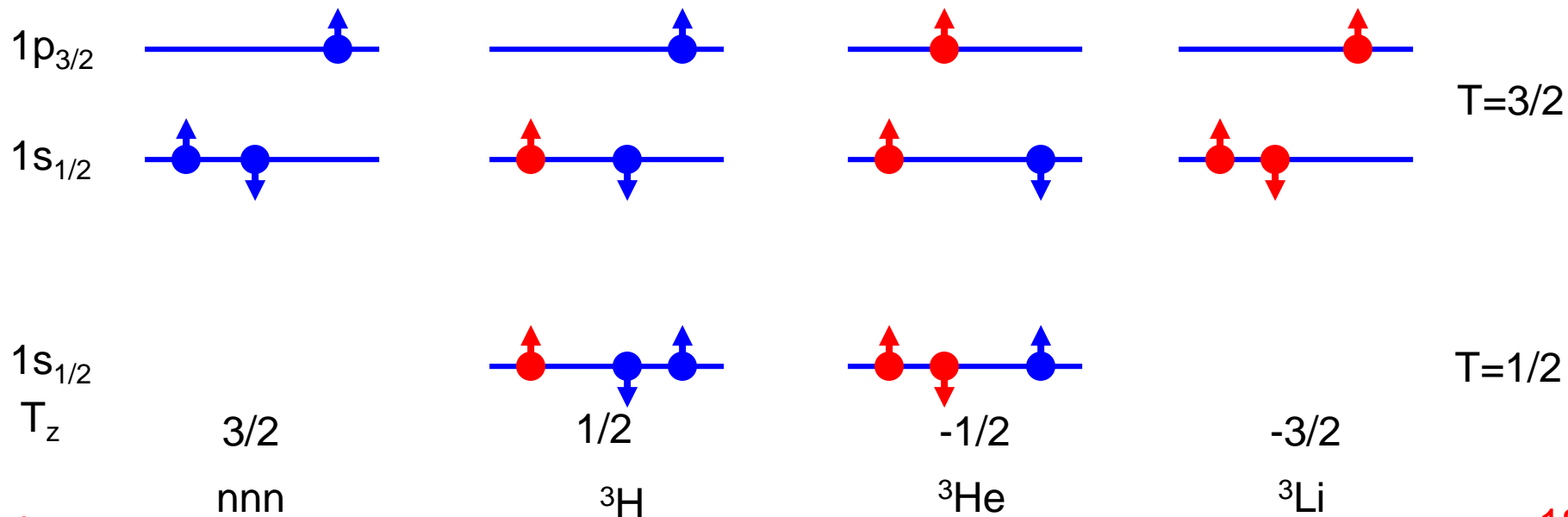
Двунуклонна система



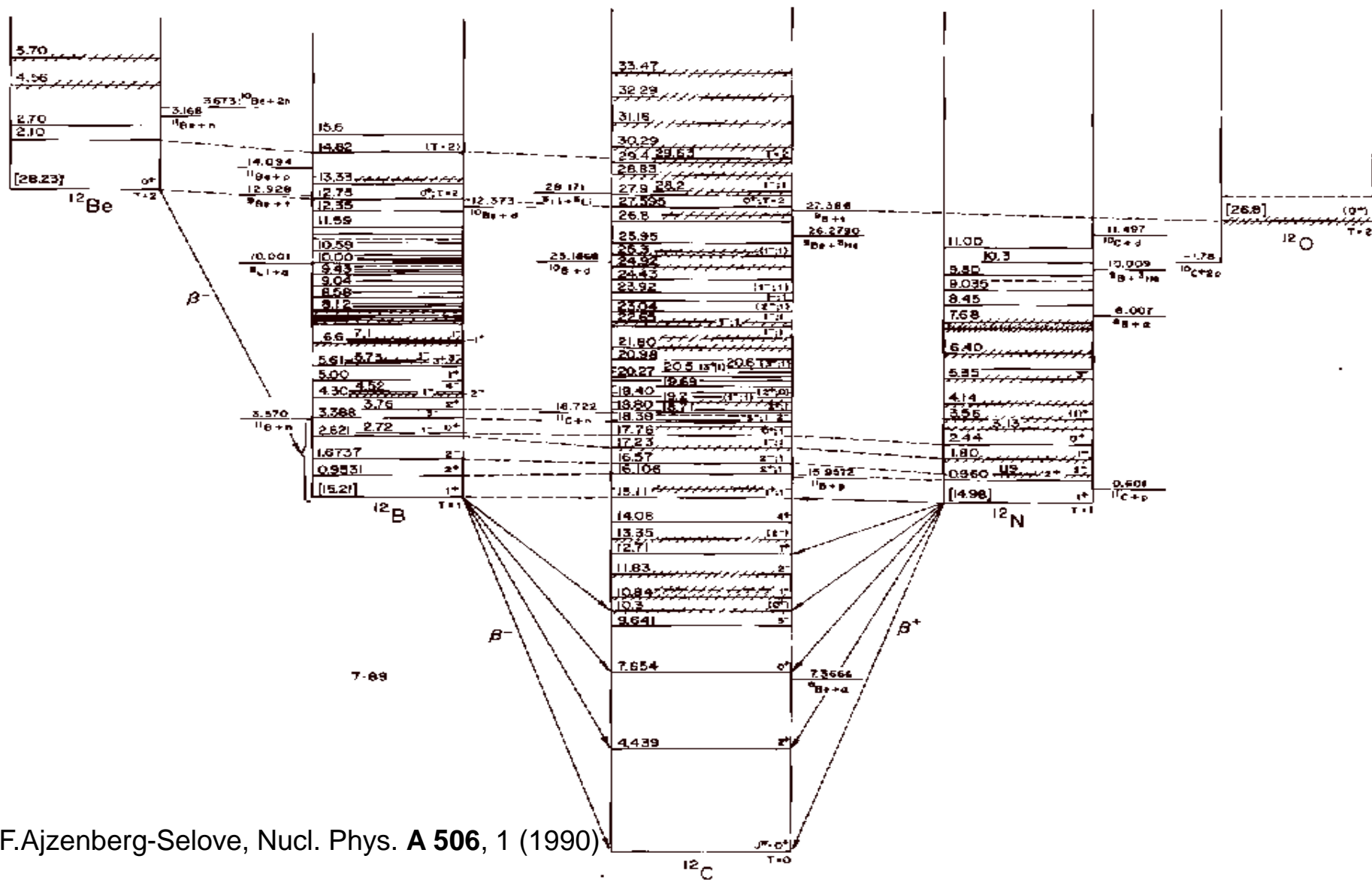
За различни нуклони (p-n) ядреното взаимодействие е по-силно в състоянията със $T=T_{\min}$!

Тринуклонна система

$T = 1/2, 3/2$



Изотопични мултиплети



F.Ajzenberg-Selove, Nucl. Phys. A 506, 1 (1990)

Характеристики на ядрените сили

1) Двунуклеоният потенциал е привличащ и централен

Експериментални доказателства - доброто **възпроизводство** на данните от **ниско-енергетично** разсейване с **правоъгълна потенциална яма** и наблюдаваните **положителни фазови отмествания** δ_0 . Експериментално формата на потенциала се определя от зависимостта $\delta(E)$.

$$V_c(r)$$

2) Двунуклеоният потенциал зависи от относителната ориентация на спиновете

Експериментални доказателства – **липсата** на свързано синглетно състояние в ^2H , **разликите** в експерименталните параметри на разсейване за триплетно и синглетно състояния:

+ **запазване** на **четността** ($\vec{x} \rightarrow -\vec{x}$) и симетрията спрямо **времеобръщане** ($t \rightarrow -t$)

$$\hat{P} \vec{s} = \vec{s} \quad \Rightarrow \quad \{\vec{s}_1^2, \vec{s}_2^2, \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2\} \quad \vec{S} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$$

$$\hat{T} \vec{s} = -\vec{s}$$

$$\vec{s}^2 = \vec{s} \cdot \vec{s} = (\vec{s}_1 + \vec{s}_2) \cdot (\vec{s}_1 + \vec{s}_2) = \vec{s}_1^2 + \vec{s}_2^2 + 2 \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2$$

$$\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 = \frac{1}{2} (S^2 - s_1^2 - s_2^2)$$

триплет - S=1

$$\langle \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 \rangle = \frac{1}{2} [1(1+1) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right)] \hbar^2 = \frac{1}{4} \hbar^2$$

синглет - S=0

$$\langle \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 \rangle = -\frac{3}{4} \hbar^2$$

$$V(r) = - \left(\frac{\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2}{\hbar^2} - \frac{1}{4} \right) V_1(r) + \left(\frac{\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2}{\hbar^2} + \frac{3}{4} \right) V_3(r)$$

Характеристики на ядрените сили

3) Двунуклеоният потенциал има не-централен (тензорен) член

Експериментални доказателства – вълновата функция на основното състояние на ^2H е **смес от s-състояние ($l=0$) и d-състояние ($l=2$)**, което се вижда от стойностите на **магнитния и квадруполния момент** на $^2\text{H} \Rightarrow$


$$\{ \vec{s}_{1,2} \cdot \vec{r}, \vec{s}_{1,2} \times \vec{r} \} \quad \{ (\vec{s}_1 \cdot \vec{r})(\vec{s}_2 \cdot \vec{r}), (\vec{s}_1 \times \vec{r}) \cdot (\vec{s}_2 \times \vec{r}) \} \quad V_T(\mathbf{r}) S_{12}$$

$$S_{12} = \frac{3 (\vec{s}_1 \cdot \vec{r})(\vec{s}_2 \cdot \vec{r})}{r^2} - \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2$$

4) Двунуклеония потенциал е зарядово симетричен

Експериментални доказателства – възбудените състояния на **огледалните ядра**, ниско енергетично разсейване на **pp** и **nn**

$$a_{pp} = -7.82(1) \text{ fm} \\ r_{0pp} = 2.79(2) \text{ fm}$$

Кулонова

корекция

$$a_{pp} = -17.1(2) \text{ fm} \\ r_{0pp} = 2.84(03) \text{ fm}$$

$$a_{nn} = -16.6(5) \text{ fm} \\ r_{0nn} = 2.66(15) \text{ fm}$$

5) Двунуклеоният потенциал е зарядово независим

Експериментални доказателства – свойства на изобарните аналогови състояния и резонанси, високо-енергетично **n-p** разсейване

$$a_s = -23.715(15) \text{ fm} \\ r_{0s} = 2.73(3) \text{ fm}$$

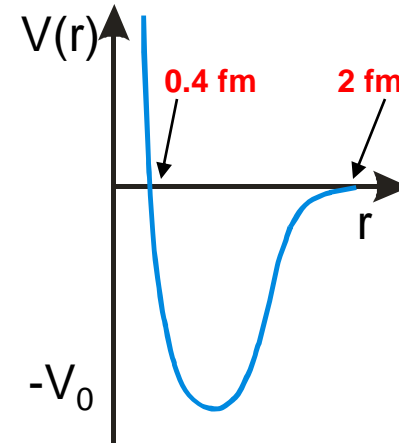
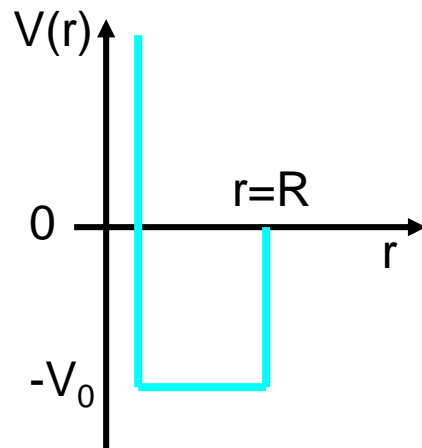
 Малки разлики в потенциалите

Приблизително – 1%

Характеристики на ядрените сили

6) Двунуклеоният потенциал има отблъскваща сърцевина

Експериментални доказателства – при високо-енергетично нуклеон-нуклеонно разсейване ($E > 300 \text{ MeV}$) се наблюдават големи отрицателни фазови отмествания \Rightarrow на разстояния $\sim 0.4 \text{ fm}$ нуклеоните изпитват големи сили на отблъскване.



7) Двунуклеоният потенциал зависи от относителната скорост (импулс) на нуклеоните (не-локален член)

спин-орбитален член $V_{so}(\mathbf{r}) \vec{l} \cdot \vec{s} \leftarrow V_{non-local}(r)(\vec{r} \times \vec{p}) \cdot \vec{S}$

втори порядък l^2

ОРЕР (потенциал на еднoпионен обмен)

1935 - Yukawa

$$V(r) = \frac{g_{\pi}^2 (m_{\pi} c^2)^3}{3 (Mc^2)^2 \hbar^2} \left[\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 + S_{12} \left(1 + \frac{3R}{r} + \frac{3R^2}{r^2} \right) \right] \frac{e^{-r/R}}{r/R}$$

$$R = \hbar / m_{\pi} c = 1.5 \text{ fm}$$

Потенциал на Hamada-Johnston(1962)

$$V = V_C(r) + V_T(r) S_{12} + V_{1s}(r) \vec{l} \cdot \vec{S} + V_{LL}(r) L_{12}$$

$$L_{12} = (\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2) l^2 - \frac{1}{2} [(\vec{s}_1 \cdot \vec{l})(\vec{s}_2 \cdot \vec{l}) + (\vec{s}_2 \cdot \vec{l})(\vec{s}_1 \cdot \vec{l})]$$

$$V_C(r) = v_0 (\vec{t}_1 \cdot \vec{t}_2) (\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2) Y(x) [1 + a_C Y(x) + b_C Y^2(x)]$$

$$V_T(r) = v_0 (\vec{t}_1 \cdot \vec{t}_2) (\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2) Z(x) [1 + a_T Y(x) + b_T Y^2(x)]$$

$$V_{LS}(r) = g_{LS} v_0 Y^2(x) [1 + b_{LS} Y(x)]$$

$$V_{LL}(r) = g_{LL} v_0 \frac{Z(x)}{x^2} [1 + a_{LL} Y(x) + b_{LL} Y^2(x)]$$

$$v_0 = 3.65 \text{ MeV}$$

$$x = r / 1.43 \text{ fm}$$

$$Y(x) = \frac{e^{-x}}{x}$$

$$Z(x) = \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2} \right) \cdot Y(x)$$