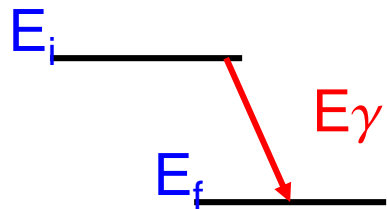


γ -разпадане (γ -преходи)

Енергетика на процеса



$$E_i = E_f + E_\gamma + T_R$$

$$0 = \vec{p}_R + \vec{p}_\gamma$$

$$T_R = \frac{p_R^2}{2M}$$

$$p_R = p_\gamma \quad E_\gamma = cp_\gamma$$

$$\Delta E = E_i - E_f = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}$$

$$E_\gamma = Mc^2 \left[-1 \pm \left(1 + 2 \frac{\Delta E}{Mc^2} \right)^{1/2} \right]$$

$$\Delta E (\sim \text{MeV}) \ll Mc^2 (\sim A10^3 \text{ MeV})$$

$$E_\gamma \approx \Delta E - \frac{(\Delta E)^2}{2Mc^2}$$

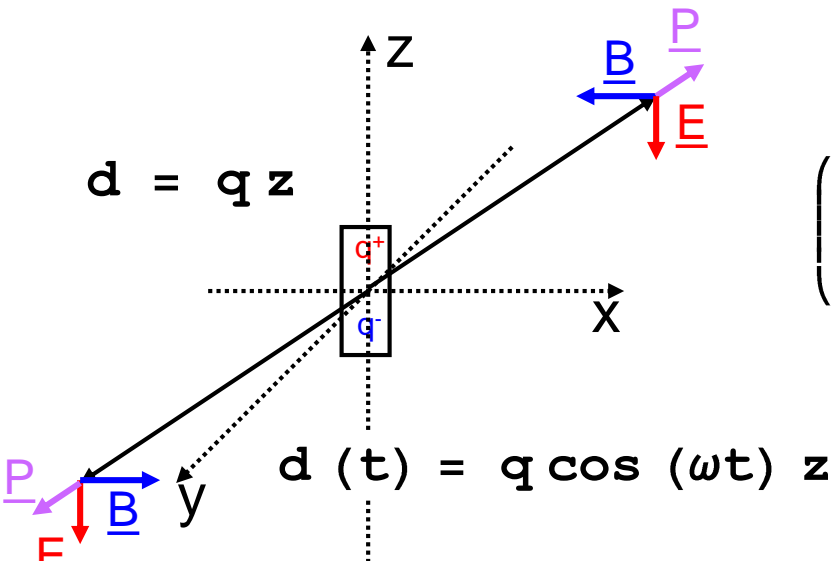
$$\sim 10^{-5} \text{ MeV}$$

Естествената ширина на γ -линията $\Gamma = \hbar/\tau$
 ($\hbar = 6.58 \times 10^{-22} \text{ MeV.s}$; $\tau \geq 10^{-13} \text{ s}$) е няколко порядъка
 по-малка \rightarrow няма самопоглъщане.
 Освен при ефекта на Mössbauer.



Диполно (L=1) ЕМ излъчване

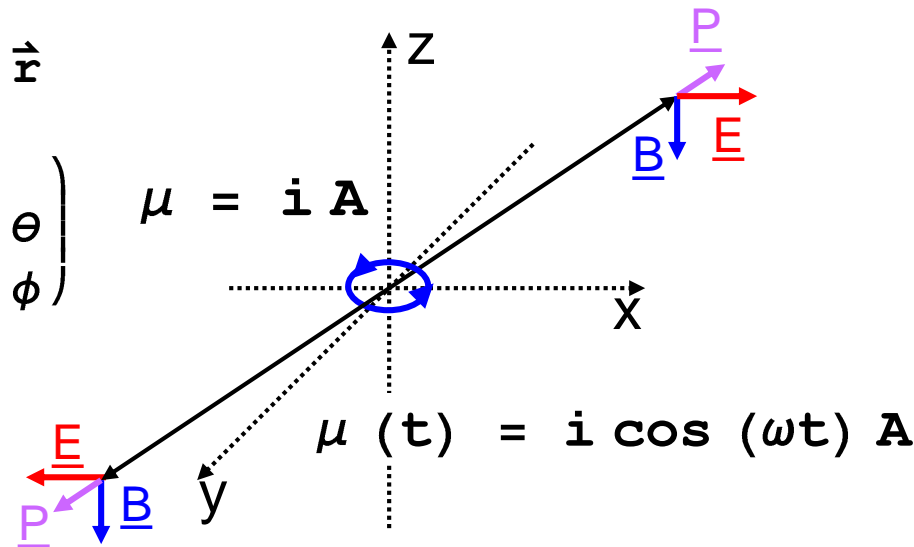
Електричен - E



$$\vec{r} = -\vec{r}$$

$$\begin{pmatrix} r \rightarrow r \\ \theta \rightarrow \pi - \theta \\ \phi \rightarrow \pi + \phi \end{pmatrix}$$

Магнитен - M



Излъчена енергия за единица време (далече от източника)

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{1}{32 \pi^2 \epsilon_0} \frac{\omega^4}{c^3} d^2 \sin^2 \theta$$

$$P = \frac{1}{12 \pi \epsilon_0} \frac{\omega^4}{c^3} d^2$$

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{1}{32 \pi^2 \epsilon_0} \frac{\omega^4}{c^5} \mu^2 \sin^2 \theta$$

$$P = \frac{1}{12 \pi \epsilon_0} \frac{\omega^4}{c^5} \mu^2$$

Четност

$$\vec{B}(\vec{r}) = -\vec{B}(-\vec{r})$$

$$\pi(EL=1) = - = (-1)^{L=1}$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}(-\vec{r})$$

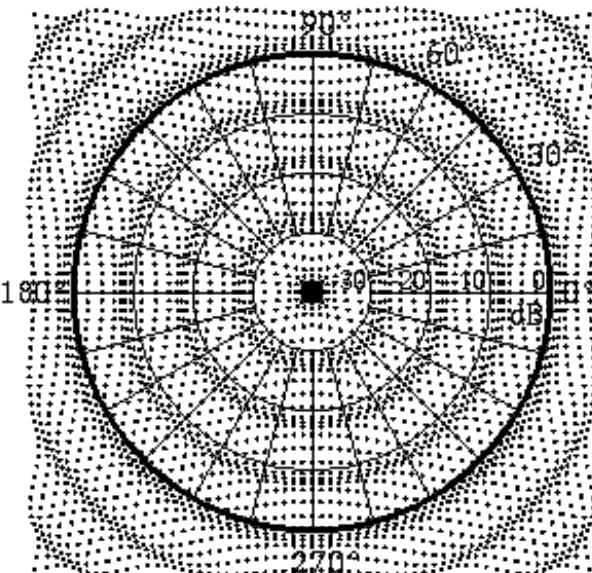
$$\pi(ML=1) = + = (-1)^{1+L=1}$$

N-полно ЕМ излъчване

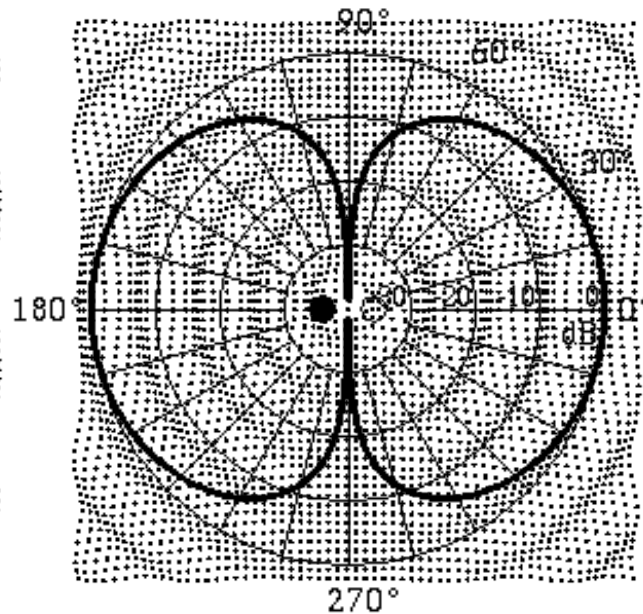
1) Ъгловото разпределение на излъчената енергия не зависи от типа на източника (магнитен или електричен), а само от мултиполността, като $P_{2L}(\cos\theta)$:

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{1}{32 \pi^2 \epsilon_0} \frac{\omega^4}{c^3} d^2 \sin^2 \theta \quad P_2(\cos\theta) = 0.5 (3 \cos^2 \theta - 1)$$

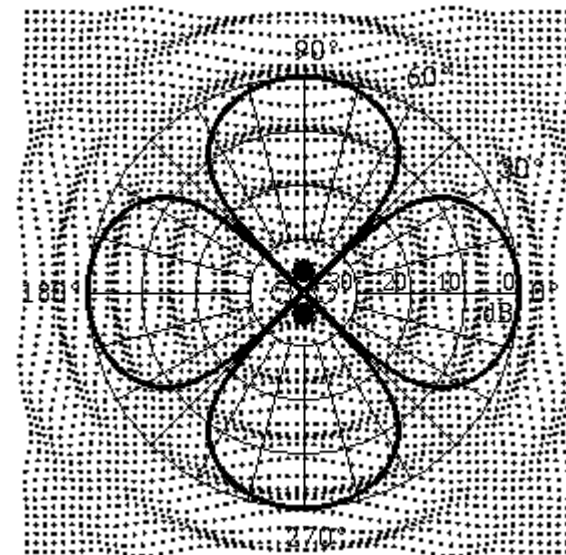
$$\frac{dP}{d\Omega} = A_0 + A_2 P_2(\cos\theta) + A_4 P_4(\cos\theta)$$



$L = 0$



$L = 1$



$L = 2$

N-полно ЕМ излъчване

2) Четността на излъчените полета зависи от типа на източника (магнитен или електричен) и от мултиполността на полето:

$$\pi(\mathbf{EL}) = (-1)^L \qquad \pi(\mathbf{ML}) = (-1)^{1+L}$$

3) Излъчената за единица време енергия зависи от мултиполността на полето:

$$P = \frac{1}{12 \pi \epsilon_0} \frac{\omega^4}{c^3} d^2$$

$$P = \frac{1}{12 \pi \epsilon_0} \frac{\omega^4}{c^3} \mu^2$$

$$P(\sigma L) = \frac{2(L+1)c}{\epsilon_0 L[(2L+1)!!]^2} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2L+2} [m(\sigma L)]^2$$

$\sigma L \equiv EL \text{ или } ML:$
 $m \equiv d \text{ или } \mu/c$

Преход към квантово описание

$$m_{fi}(\sigma L) = \int \psi_f^* \hat{m}(\sigma L) \psi_i d\mathbf{r} \quad \lambda(\sigma L) = \frac{P(\sigma L)}{\hbar \omega} = \frac{2(L+1)}{\epsilon_0 \hbar L[(2L+1)!!]^2} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2L+1} [m_{fi}(\sigma L)]^2$$

$$\lambda(\sigma L) = \frac{8\pi(L+1)}{\hbar L[(2L+1)!!]^2} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2L+1} B(\sigma L; I_i \rightarrow I_f)$$

$$B(\sigma L; I_i \rightarrow I_f) = \frac{|\langle I_f | \hat{M}(\sigma, L) | I_i \rangle|^2}{2I_i + 1}$$

L – пълен момент на импулса на γ -кванта по отношение на ядрото $\Rightarrow L \geq 1$

Оценки на Weisskopf

Предполагаме, че само един нуклеон участва в прехода.

$$B(\sigma\lambda; I_i \rightarrow I_f) = \frac{|\langle I_f | \hat{M}(\sigma, L) | I_i \rangle|^2}{2 I_i + 1}$$

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m} = 3.1525 \times 10^{-8} \text{ eV} / T$$

Оператори

$$\begin{aligned} \hat{Q}_{\lambda\mu} &= \sum_{i=1}^A \mathbf{e}_i \mathbf{r}_i^\lambda Y_{\lambda\mu}(\theta_i, \varphi_i) & \hat{M}_{\lambda\mu} &= \mu_N \sum_{i=1}^A \left(g_s^{(i)} \hat{\mathbf{s}}_i + \frac{2}{\lambda+1} g_l^{(i)} \hat{\mathbf{l}}_i \right) \cdot [\nabla \mathbf{r}^\lambda Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi)]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_i} \\ &\approx e \mathbf{r}^L Y_L(\theta, \phi) & &\approx \mu_N \mathbf{r}^{L-1} Y_L(\theta, \phi) \end{aligned}$$

Вълнова функция – едночастичен слоест модел $|N, j, j_z, s\rangle \propto R(r) Y_L(\theta, \phi) \chi_s$

- при прехода спиновото състояние не се променя
- преходът се извършва от състояние с $l = L$ в състояние с $l = 0$
- за радиалната част предполагаме:

$$R(r) = \begin{cases} \text{const} & r < R \\ 0 & r \geq R \end{cases} \quad R = 1.2 A^{1/3}$$

$$(\text{const})^2 \int_0^R r^2 dr = 1$$

$$\text{const} = \sqrt{3/R^3}$$

$$\begin{aligned} \int_0^R \sqrt{\frac{3}{R^3}} r^L \sqrt{\frac{3}{R^3}} r^2 dr &= \frac{3}{R^3} \int_0^R r^{2+L} dr & \int_0^R \sqrt{\frac{3}{R^3}} r^{L-1} \sqrt{\frac{3}{R^3}} r^2 dr \\ &= \frac{3}{L+3} R^L & &= \frac{3}{L+2} R^{L-1} \end{aligned}$$

Оценки на Weisskopf

Електрични преходи

Магнитни преходи

$$B(E\mathbf{L}) \approx \frac{e^2}{4\pi} \left(\frac{3}{3+L} \right)^2 R^{2L}$$

$$= (1.2)^{2L} \frac{1}{4\pi} \left(\frac{3}{3+L} \right)^2 A^{2L/3} [e^2 (\text{fm})^{2L}]$$

$$B(M\mathbf{L}) \approx \frac{10}{\pi} \left(\frac{3}{2+L} \right)^2 R^{2L-2} \mu_N^2$$

$$= (1.2)^{2L-2} \frac{10}{\pi} \left(\frac{3}{2+L} \right)^2 A^{(2L-2)/3} [\mu_N^2 (\text{fm})^{2L-2}]$$

$$\lambda(\sigma L) = \frac{8\pi(L+1)}{\hbar L [(2L+1)!!]^2} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c} \right)^{2L+1} B(\sigma L; I_i \rightarrow I_f)$$

$$\lambda(E1) = 10^{14} A^{2/3} E_\gamma^3$$

$$\lambda(E2) = 7.3 \cdot 10^7 A^{4/3} E_\gamma^5$$

$$\lambda(E3) = 34 A^3 E_\gamma^7$$

$$\lambda(E4) = 1.1 \cdot 10^{-5} A^{8/3} E_\gamma^9$$

Минимални стойности
за дадена масова
област!

$\lambda \rightarrow s^{-1}; E \rightarrow \text{MeV}$

$$\lambda(M1) = 5.6 \cdot 10^{13} E_\gamma^3$$

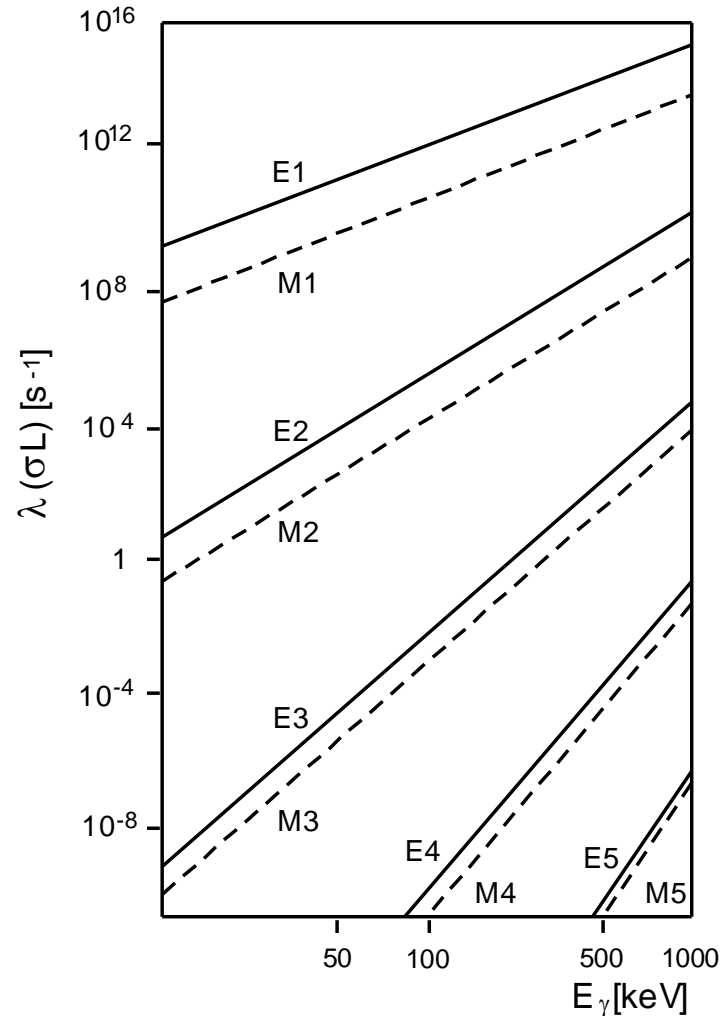
$$\lambda(M2) = 3.5 \cdot 10^7 A^{2/3} E_\gamma^5$$

$$\lambda(M3) = 16 A^{4/3} E_\gamma^7$$

$$\lambda(M4) = 4.5 \cdot 10^{-6} A^2 E_\gamma^9$$

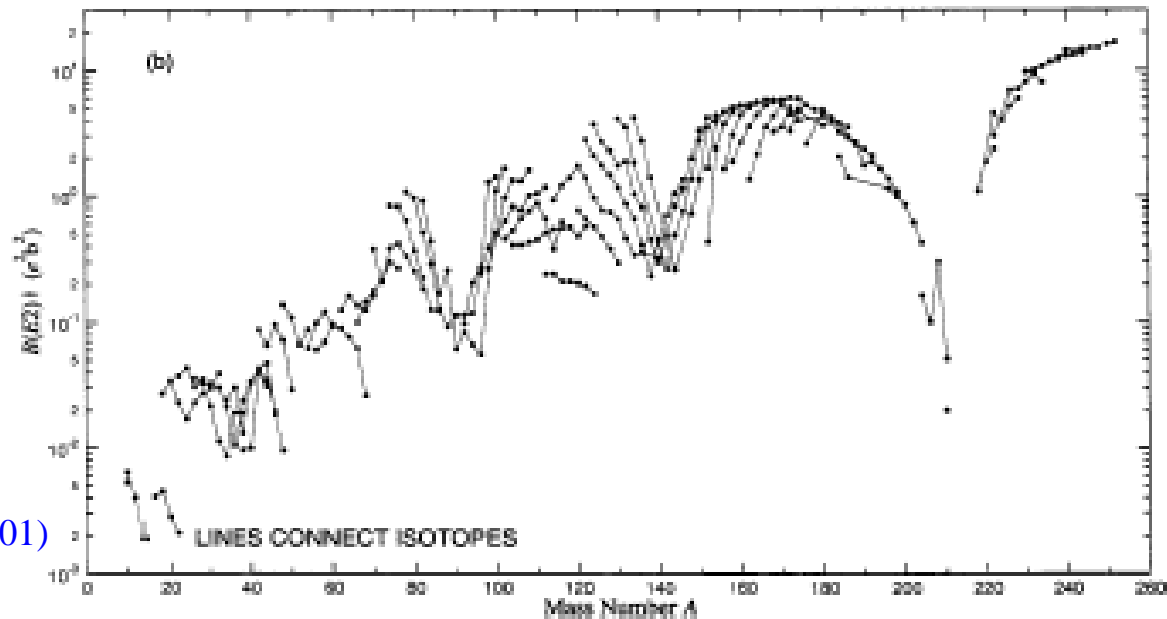
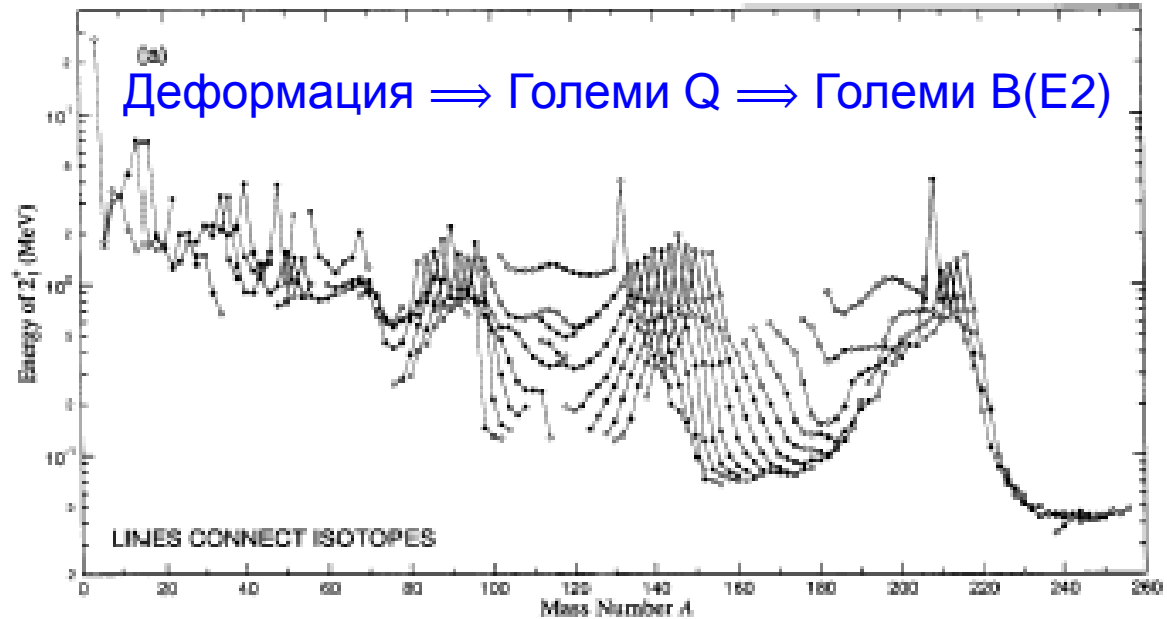
- енергетична зависимост – при равни други условия вероятността за преход намалява с намаляване енергията на излъчвания γ -квант.
- мултиполна зависимост – при равни други условия вероятността за преход намалява с увеличаване мултиполността на излъчвания γ -квант.
- зависимост от типа на прехода – при равни други условия вероятността за преход с излъчване на магнитен γ -квант е по-малка от вероятността за преход с излъчване на електричен γ -квант!

Оценки на Weisskopf

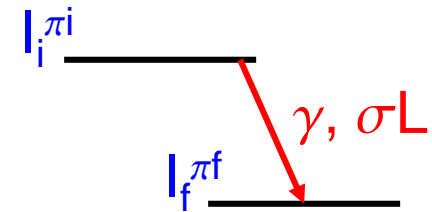


S. Raman et al.,

Atomic Data and Nuclear Data Tables **78**, 1 (2001)



Правила за отбор



$$\vec{I}_i = \vec{I}_f + \vec{L}$$

$$|\mathbf{I}_i - \mathbf{I}_f| \leq L \leq \mathbf{I}_i + \mathbf{I}_f \quad (\text{без } L=0)$$

$$\Delta I = |\mathbf{I}_i - \mathbf{I}_f|$$

$$L = \Delta I, \Delta I + 1, \Delta I + 2, \dots$$

(без $L=0$)

$$\pi_i \pi_f = \pi_\gamma \begin{cases} \sigma = E & = (-1)^L \\ \sigma = M & = (-1)^{L+1} \end{cases}$$

ΔI - **четно**

$\Delta \pi$ - **не**

$$\sigma L = E \Delta I, M (\Delta I + 1), E (\Delta I + 2), \dots$$

ΔI - **четно**

$\Delta \pi$ - **да**

$$\sigma L = M \Delta I, E (\Delta I + 1), M (\Delta I + 2), \dots$$

$$2^+ \rightarrow 0^+: E2$$

$$2^+ \rightarrow 2^+: M1/E2 \quad \delta = \frac{\sqrt{3}}{10} \frac{E_\gamma}{\hbar c} \frac{\langle \psi_f | E | \psi_i \rangle}{\langle \psi_f | M | \psi_i \rangle}$$

$$5/2^+ \rightarrow 1/2^+: E2$$

$$7/2^- \rightarrow 3/2^-: E2$$

$$3^- \rightarrow 1^+: M2/E3$$

$$7/2^+ \rightarrow 3/2^-: M2/E3$$

$$0^+ \rightarrow 4^-: E4$$

ΔI - **нечетно**

$\Delta \pi$ - **не**

$$\sigma L = M \Delta I, E (\Delta I + 1), M (\Delta I + 2), \dots$$

$$1^+ \rightarrow 0^+: M1$$

$$1^+ \rightarrow 1^+: M1/E2$$

$$5/2^+ \rightarrow 3/2^+: M1/E2$$

$$5/2^- \rightarrow 3/2^-: M1/E2$$

ΔI - **нечетно**

$\Delta \pi$ - **да**

$$\sigma L = E \Delta I, M (\Delta I + 1), E (\Delta I + 2), \dots$$

$$3^- \rightarrow 2^+: E1$$

$$6^- \rightarrow 3^+: E3$$

$$9/2^- \rightarrow 1/2^+: E4$$

$$3/2^- \rightarrow 1/2^+: E1$$

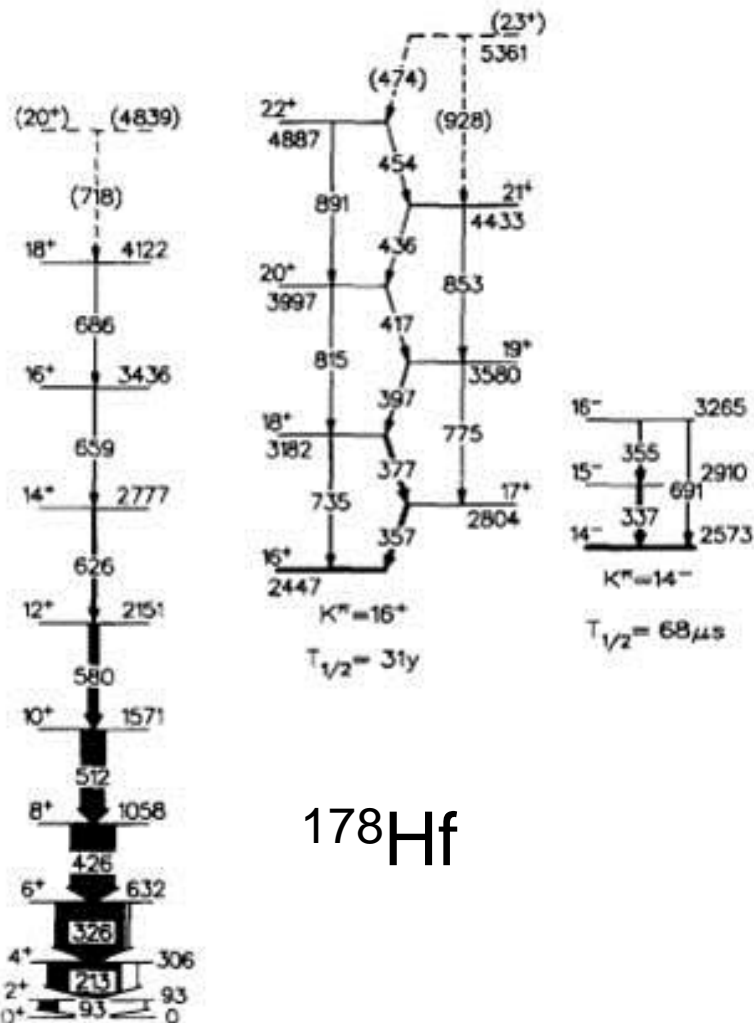
Ядрени изомери

Възбудени ядрени състояния, които живеят “дълго”

$\tau_{\text{атом}} \approx 10^{-9} \text{ s}$, $\tau_{\text{ядро}} \leq 10^{-12} \text{ s} \Rightarrow$ условно “дълго” \equiv достатъчно за формирането на атомна обвивка $\tau_{\text{ядро}} \geq 10 \text{ ns}$

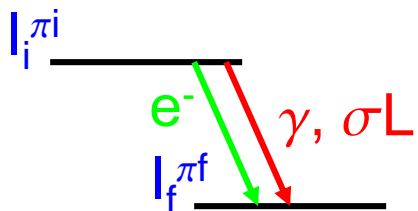
Причина — ниски (много под едночастичните оценки) $B(\sigma L)$ и/или възможност за разпад само през забранени преходи:

- началното и крайното състояние имат силно различаваща се едночастична структура;
- началното и крайното състояние имат силно различаваща се деформация;
- началното и крайното състояние имат “валентни” нуклеони със спинове, ориентирани в различни посоки;



^{178}Hf

Вътрешна конверсия



Безрадиационно предаване на енергията на ядрения преход на **електрон от атомната обвивка**.

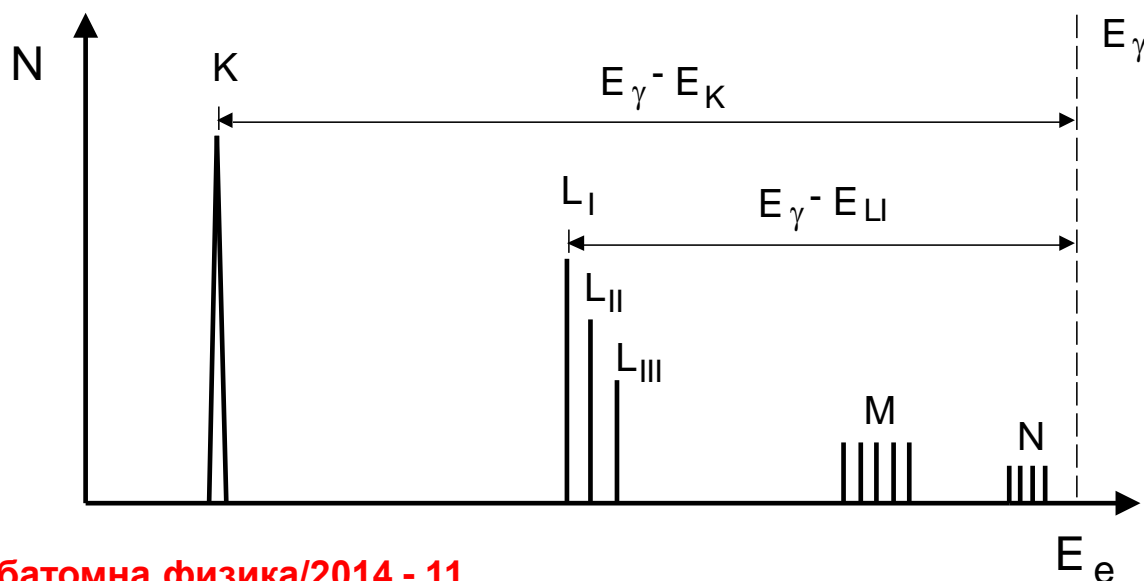
Ядрен преход $0^+ \rightarrow 0^+$ е възможен само чрез вътрешна конверсия.

- e^- не се създава при процеса

$$T_e = \Delta E - B$$

\Rightarrow дискретен електронен спектър, зависещ от енергията на прехода и структурата на атомната обвивка

- едностъпков процес



Прагов процес

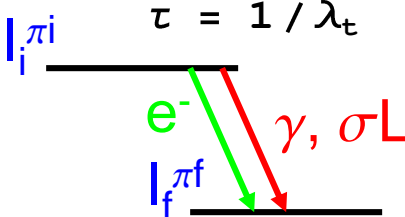
$$\Delta E > B$$

с последващо
характеристично
рентгеново лъчение

или Оже (Auger)
електрони

Коефициент на вътрешна конверсия

$\tau = 1 / \lambda_t$ $\lambda_t = \lambda_\gamma + \lambda_e$ $\alpha = \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma}$ $\lambda_t = \lambda_\gamma (1 + \alpha)$



Разпадът ще бъде по-бърз, отколкото ако има само γ -преход.

$$\lambda_t = \lambda_\gamma + \lambda_{e,K} + \lambda_{e,L} + \lambda_{e,M} + \dots = \lambda_\gamma (1 + \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \dots)$$

$$\alpha = \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \dots$$

γ -разпад

$$\alpha_L = \alpha_{LI} + \alpha_{LII} + \alpha_{LIII}$$

вътрешна конверсия

$$\langle f, m_f | M(\sigma, L m) | i, m_i \rangle \quad \langle e_f^- | \langle f, m_f | M(\sigma, L m) | i, m_i \rangle | e_i^- \rangle$$

$$\lambda_\gamma \propto [m_{fi}(\sigma L)]^2$$

$$\lambda_e \propto [m_{fi}(\sigma L)]^2$$

α - не зависи (директно) от ядрените вълнови функции, а само от атомния номер Z , енергията на прехода T_e и мултиполността на прехода L

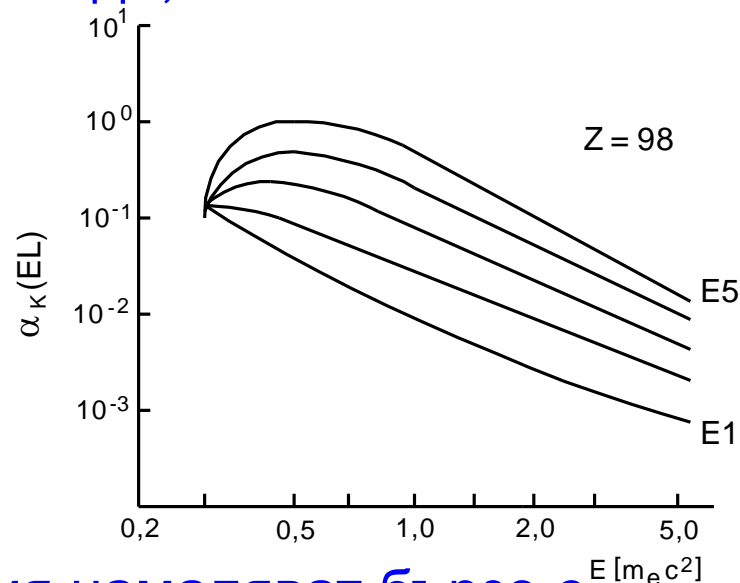
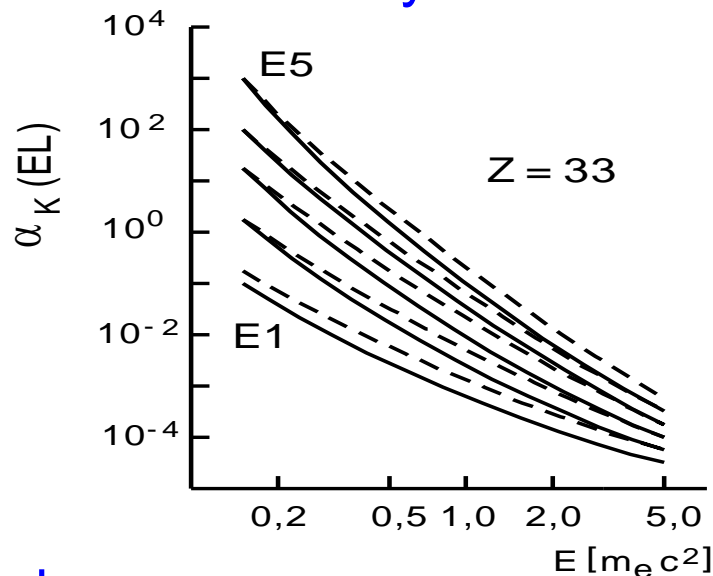
$$\alpha(EL) \simeq \frac{Z^3}{n^3} \left(\frac{L}{L+1} \right) \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \right)^4 \left(\frac{2 m_e c^2}{E} \right)^{L+5/2}$$

$$\alpha(ML) \simeq \frac{Z^3}{n^3} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \right)^4 \left(\frac{2 m_e c^2}{E} \right)^{L+3/2}$$

Коефициент на вътрешна конверсия

$$\alpha(\text{EL}) \approx \frac{Z^3}{n^3} \left(\frac{L}{L+1} \right) \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \right)^4 \left(\frac{2m_e c^2}{E} \right)^{L+5/2} \quad \alpha(\text{ML}) \approx \frac{Z^3}{n^3} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \right)^4 \left(\frac{2m_e c^2}{E} \right)^{L+3/2}$$

- коефициентите на вътрешна конверсия нарастват с нарастването на атомния номер: Z^3 ;
- коефициентите на вътрешна конверсия намаляват бързо с нарастването на енергията на прехода;
- коефициентите на вътрешна конверсия нарастват бързо с нарастването на мултиполността на прехода;



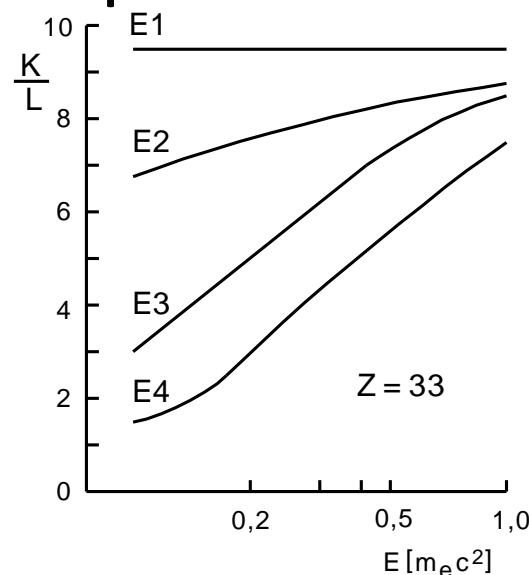
- коефициентите на вътрешна конверсия намаляват бързо с нарастването на номера на електронния слой;

Експериментално определяне на коефициентите на вътрешна конверсия

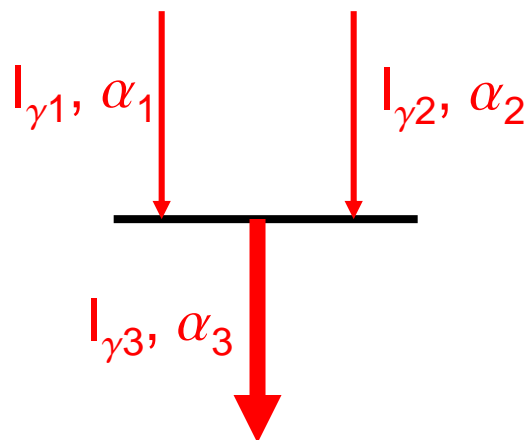
Пряко - β - γ спектроскопия

$$\alpha = \frac{I_e}{I_\gamma} \quad \text{абсолютно измерване на интензивността}$$

$$\frac{\alpha_K}{\alpha_L} = \frac{K}{L}, \quad \frac{\alpha_{LII}}{\alpha_{LIII}} = \frac{LII}{LIII}, \quad \dots$$



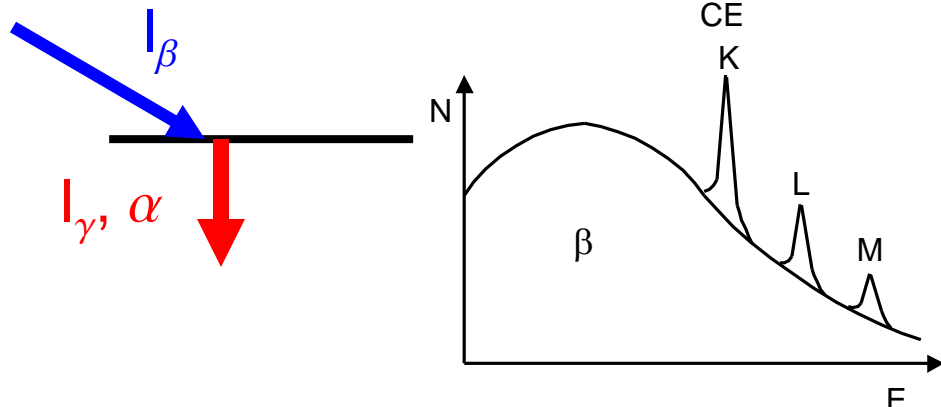
Баланс на интензитета по γ



$$I_{\gamma 1} (1 + \alpha_1) + I_{\gamma 2} (1 + \alpha_2) = I_{\gamma 3} (1 + \alpha_3)$$

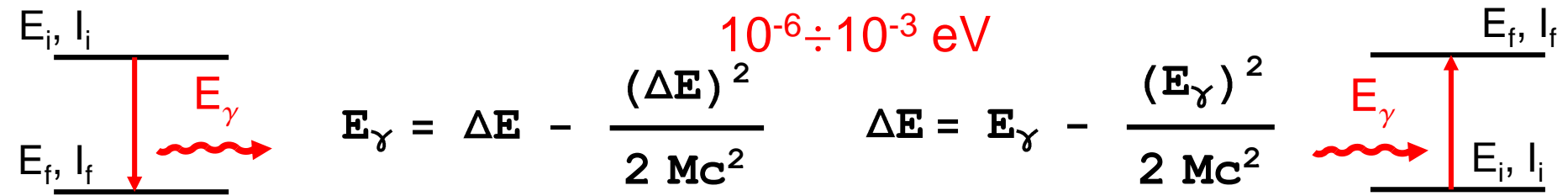
Субатомна физика/2014 - 11

Баланс на интензитета по β



$$I_\beta = I_e + I_\gamma = I_e \frac{1 + \alpha}{\alpha}$$

Резонансно поглъщане на γ -кванти



$10^{-6} \div 10^{-3} \text{ eV}$

$$E_\gamma = \Delta E - \frac{(\Delta E)^2}{2 Mc^2}$$

$$\Delta E = E_\gamma - \frac{(E_\gamma)^2}{2 Mc^2}$$

$$\sigma_0 = 2\pi \left(\frac{\hbar c}{E_\gamma} \right)^2 \frac{2 I_f + 1}{2 I_i + 1}$$

$$\sigma(E_\gamma) = \sigma_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{[E_\gamma - (\Delta E + E_R)]^2 + (\Gamma/2)^2}$$

$$\Gamma \tau = \hbar$$

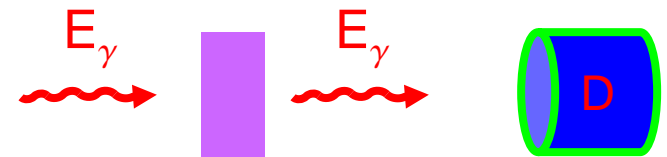
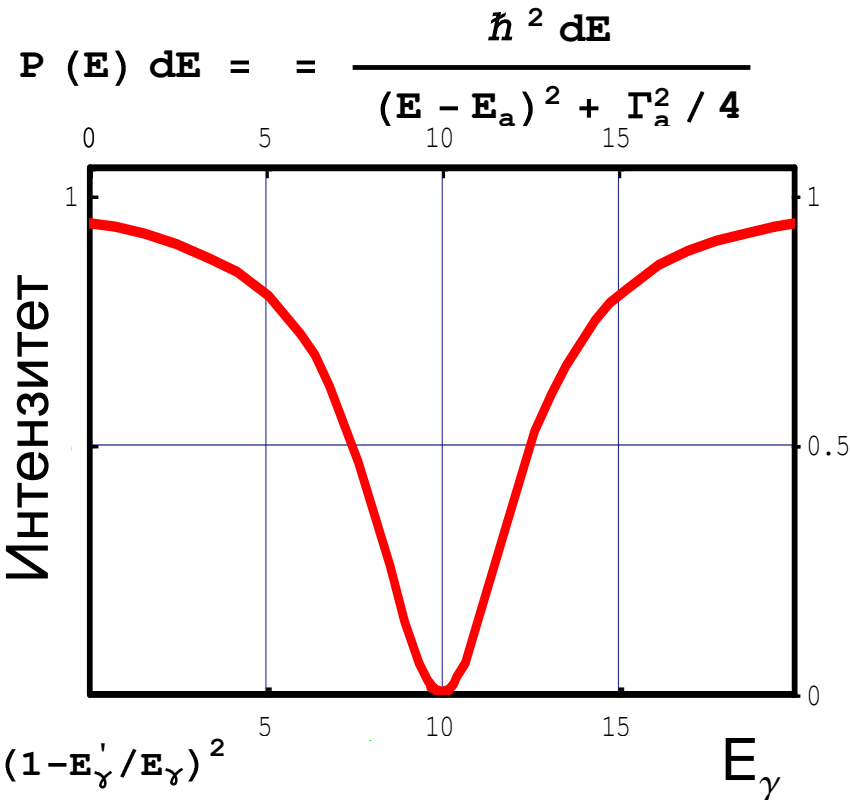
Доплерово разширение

$$E'_\gamma = E_\gamma (1 \pm v_x / c)$$

$$P(v_x) = e^{-\frac{Mv_x^2}{2kT}}$$

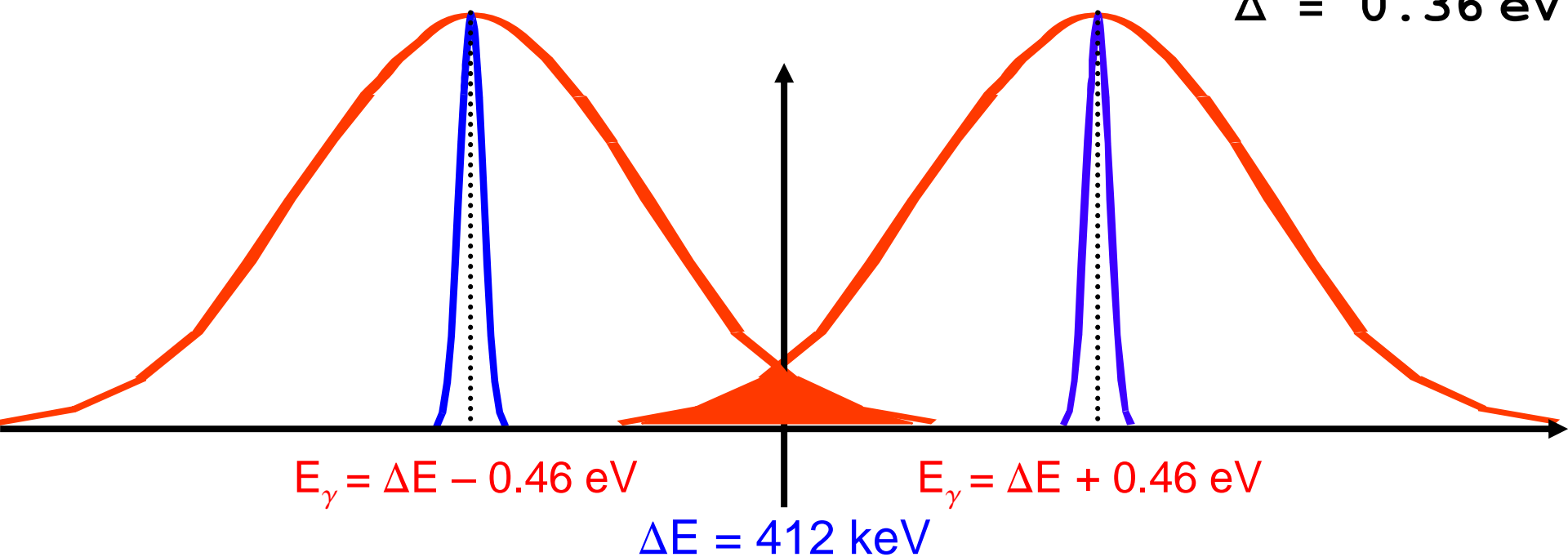
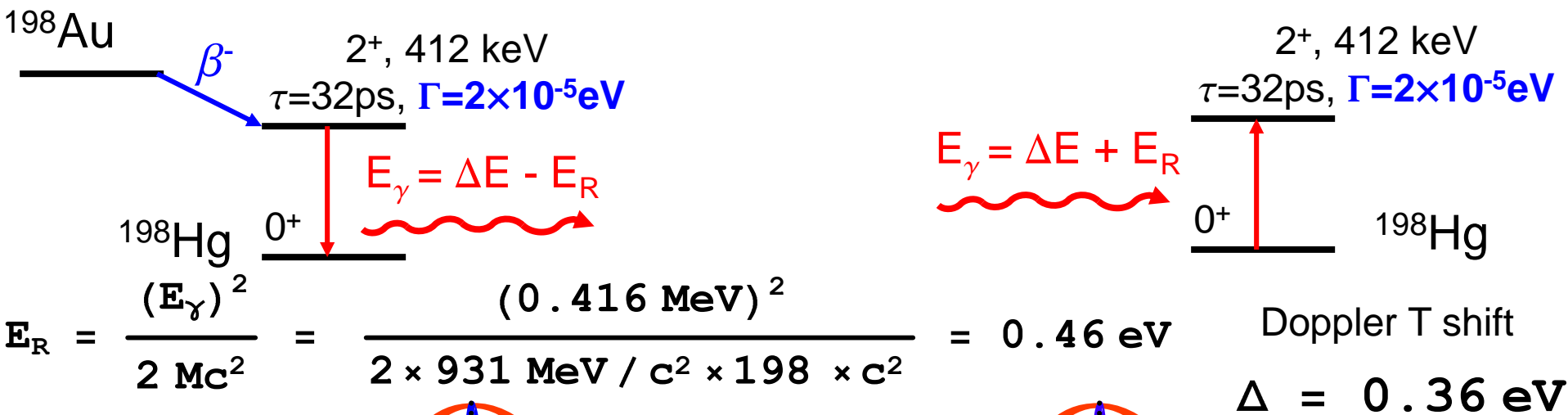
$$P(E'_\gamma) = e^{-\frac{Mc^2}{2kT} (1 - E'_\gamma / E_\gamma)^2}$$

$$\Delta = 2.378 E_\gamma \sqrt{2kT / Mc^2}$$



$$T = 300 \text{ K}, kT = 0.025 \text{ eV}, E_\gamma = 100 \text{ keV}, \Delta = 0.1 \text{ eV}$$

Резонансно поглъщане на γ -кванти

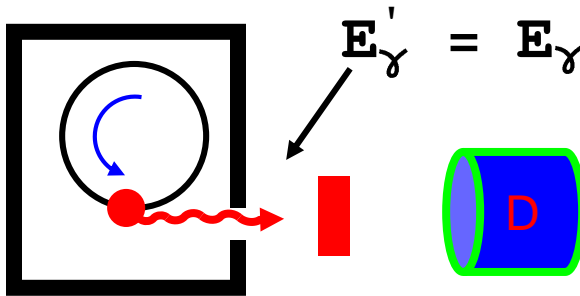


За атомно лъчение $E_R \approx 10^{-12}\text{ eV}$

За ядрено лъчение е необходимо да **компенсираме** разликата $2E_R$.

Как се постига?

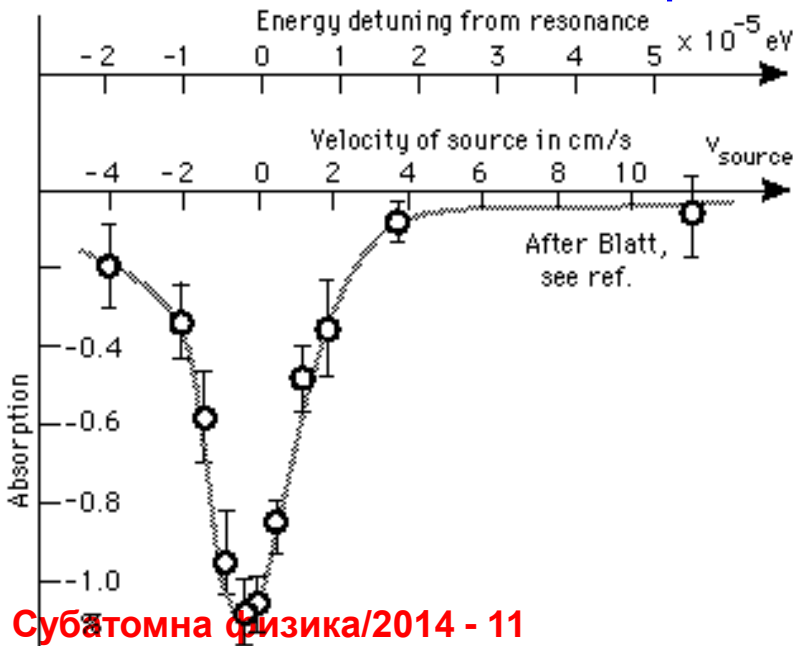
- топлинен метод – повишаване на температурата на източника и поглътителя \Rightarrow увеличава се Доплеровото разширяване.
- метод на центрофугата – Доплерово усилване на излъчените γ -кванти:



$$E'_\gamma = E_\gamma + 2 E_R = E_\gamma (1 + v / c)$$

$$v = \frac{2 E_R}{E_\gamma} c \quad v = 2.2 \times 10^{-6} c = 670 \text{ m/s}$$

- ефект на Mössbauer (1958 – Нобелова награда) – излъчващите и поглъщащи атоми са вградени в кристална решетка $E_R = (E_\gamma)^2 / 2 M c^2$

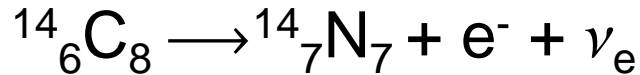
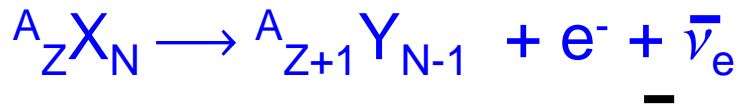
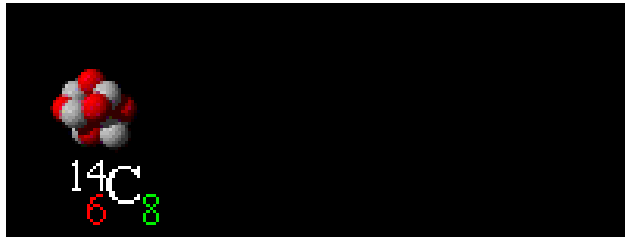


- наблюдава се естествената ширина на линията
- резонансът се разрушава лесно при малки скорости на източника $\sim \text{mm/s}$
- позволява изследване на ефекти, изискващи точност до 10^{-12} – ефекти, свързани с кристалната структура, ядрен ефект на Зееман, ефекти свързани със свръхфината структура

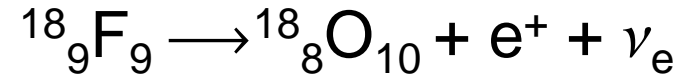
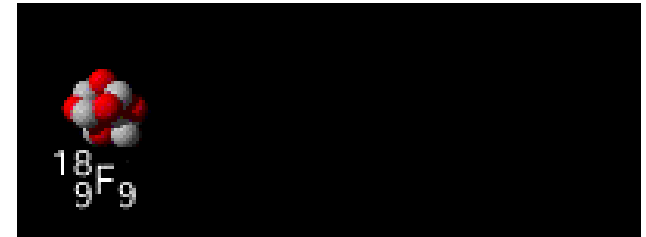
β -разпадане

Видове

β - минус

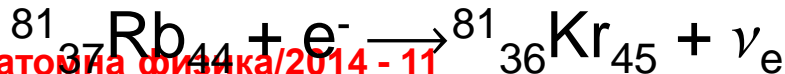
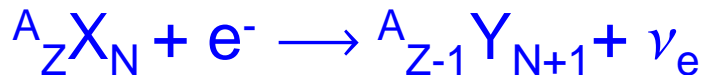
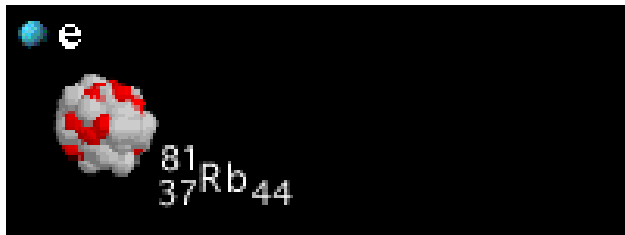


β - плюс

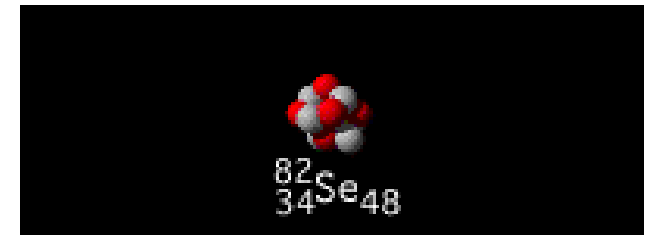


Pauli (1930) – **неутрино** – неутрална, много лека частица със спин 1/2, която отнася част от енергията и импулса на процеса

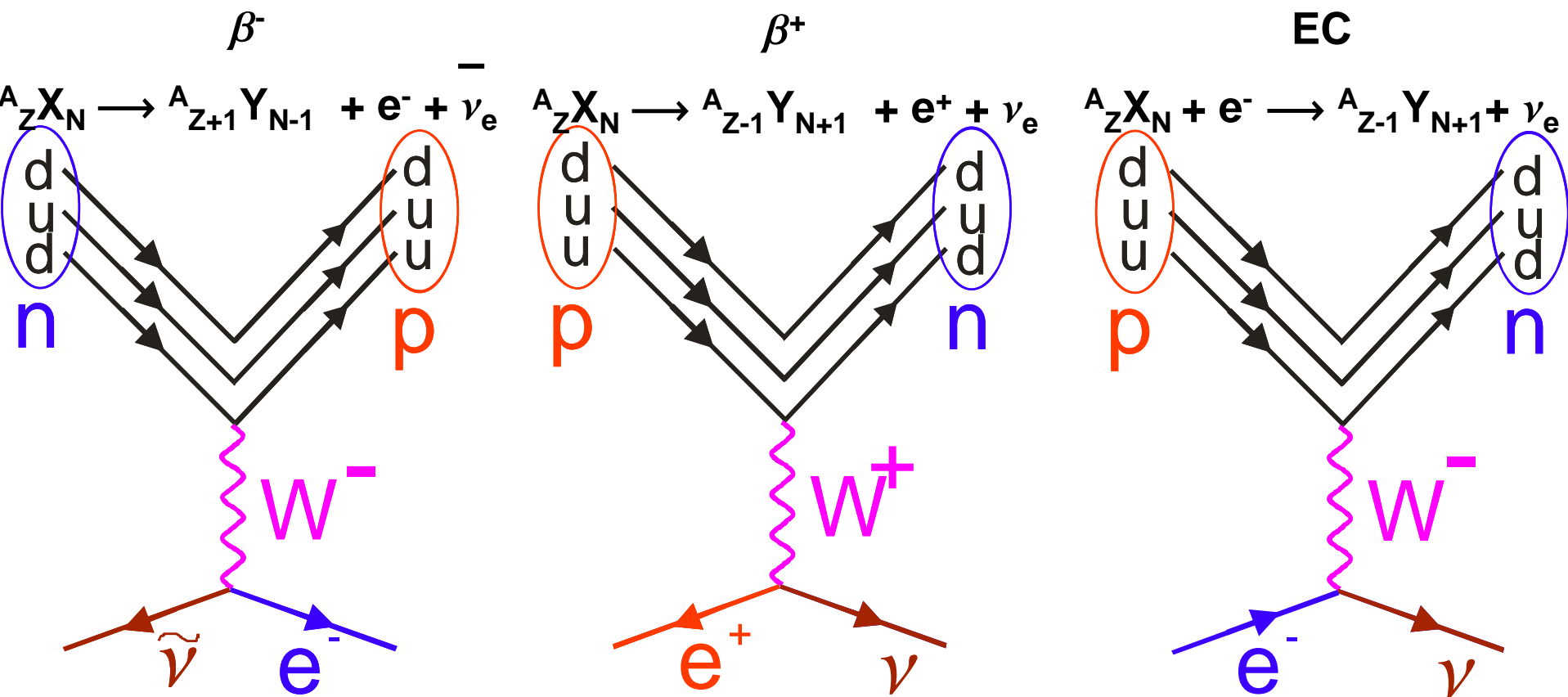
електронен захват



двоен β -разпад



β -разпадът на ниво кварки



Енергетични разглеждания

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu} \quad t_{1/2} = 885.7 \text{ s}$$

$$Q = (m_n - m_p - m_e - m_{\bar{\nu}}) c^2 \quad Q = T_p + T_e + T_{\bar{\nu}} \quad T_p \approx 0.3 \text{ keV}$$

$$0 \ (T_{\bar{\nu}} = Q) \leq T_e \leq Q \ (T_{\bar{\nu}} = 0)$$

$$\text{Измерената } (T_e)_{\max} = 0.782 \pm 0.013 \text{ MeV}$$

$$\begin{aligned} &= m_n c^2 - m_p c^2 - m_e c^2 - m_{\bar{\nu}} c^2 = 939.573 \text{ MeV} - 938.280 \text{ MeV} - 0.511 \text{ MeV} - m_{\bar{\nu}} c^2 \\ &= 0.782 \text{ MeV} - m_{\bar{\nu}} c^2 \quad m_{\bar{\nu}} c^2 = 0 \quad \text{с точност } 13 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$E_e = T_e + m_e c^2 = \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} \quad E_{\bar{\nu}} = qc$$

$$\beta^-: {}^A_Z X_N \longrightarrow {}^A_{Z+1} Y_{N-1} + e^- + \bar{\nu}_e \quad Q_{\beta^-} = [m_N ({}^A_Z X) - m_N ({}^A_{Z+1} Y) - m_e] c^2$$

$$m ({}^A_Z X) c^2 = m_N ({}^A_Z X) c^2 + Z m_e c^2 - \sum_{i=1}^Z B_i$$

$$\begin{aligned} Q_{\beta^-} &= \{ [m ({}^A_Z X) - Z m_e] - [m ({}^A_{Z+1} Y) - (Z+1) m_e] - m_e \} c^2 + \left\{ \sum_{i=1}^Z B_i - \sum_{i=1}^{Z+1} B_i \right\} \\ &= [m ({}^A_Z X) - m ({}^A_{Z+1} Y)] c^2 > 0 \end{aligned}$$

$$Q_{\beta^-} = T_e + E_{\bar{\nu}}$$

$$\beta^+: {}^A_Z X_N \longrightarrow {}^A_{Z-1} Y_{N+1} + e^+ + \nu_e$$

$$\begin{aligned} Q_{\beta^+} &= \{ [m({}^A_Z X) - Z m_e] - [m({}^A_{Z-1} Y) - (Z-1) m_e] - m_e \} c^2 \\ &= [m({}^A X) - m({}^A Y) - 2 m_e] c^2 \end{aligned}$$

$$EC: {}^A_Z X_N + e^- \longrightarrow {}^A_{Z-1} Y_{N+1} + \nu_e$$

$$\begin{aligned} Q_{EC} &= \{ [m_N({}^A_Z X) - (Z-1) m_e] - [m_N({}^A_{Z-1} Y) - (Z-1) m_e] \} c^2 - B_n({}^A_{Z-1} Y) \\ &= [m({}^A X) - m({}^A Y)] c^2 - B_n({}^A_{Z-1} Y) \end{aligned}$$

Ако β^+ разпадът е енергетично възможен \Rightarrow ЕС също е възможен

Ако ЕС е енергетично възможен \nRightarrow β^+ също е възможен

Теория на Ферми

- $e^-(e^+)$ и ν (анти- ν) не съществуват преди разпада;
- $e^-(e^+)$ и ν (анти- ν) са релативистки частици;
- непрекъснатият спектър на $e^-(e^+)$ трябва да възниква като естествен резултат на теорията;

1934 г. Е. Ферми: бета разпадът се дължи на взаимодействие, **много по-слабо** от взаимодействието, формиращо ядрените състояния, т.е. вероятността за преход може да се изчисли пертурбативно:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \mathbf{V}_{fi} \right|^2 \rho(E_f)$$

Златно правило на Ферми

$$\mathbf{V}_{fi} = \int \psi_f^* \hat{H}_\beta \psi_i d\mathbf{v} = \langle \psi_f | \hat{H}_\beta | \psi_i \rangle = g \int \underbrace{[\psi_{Nf}^* \varphi_e^* \varphi_\nu^*] \hat{O}_\beta \psi_{Ni}}_{\text{Лоренцов инвариант V-A взаимодействие}} d\mathbf{v}$$

$$\varphi_e = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p} \cdot \vec{r}/\hbar} \approx \frac{1}{\sqrt{V}} \left(1 + \frac{i\vec{p} \cdot \vec{r}}{\hbar} + \dots \right) \approx \frac{1}{\sqrt{V}}$$

$$\varphi_\nu = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}/\hbar} \approx \frac{1}{\sqrt{V}} \left(1 + \frac{i\vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar} + \dots \right) \approx \frac{1}{\sqrt{V}}$$

$E_e = 1 \text{ MeV}$ $p = 1.4 \text{ MeV} / c$
 $p / \hbar = 0.007 \text{ fm}^{-1}$ **$pr \ll 1$**

$$\mathbf{V}_{fi} = \frac{1}{V} \int \psi_{Nf}^* \hat{O}_\beta \psi_{Ni} d\mathbf{v} \equiv \frac{\mathbf{M}_{fi}}{V}$$

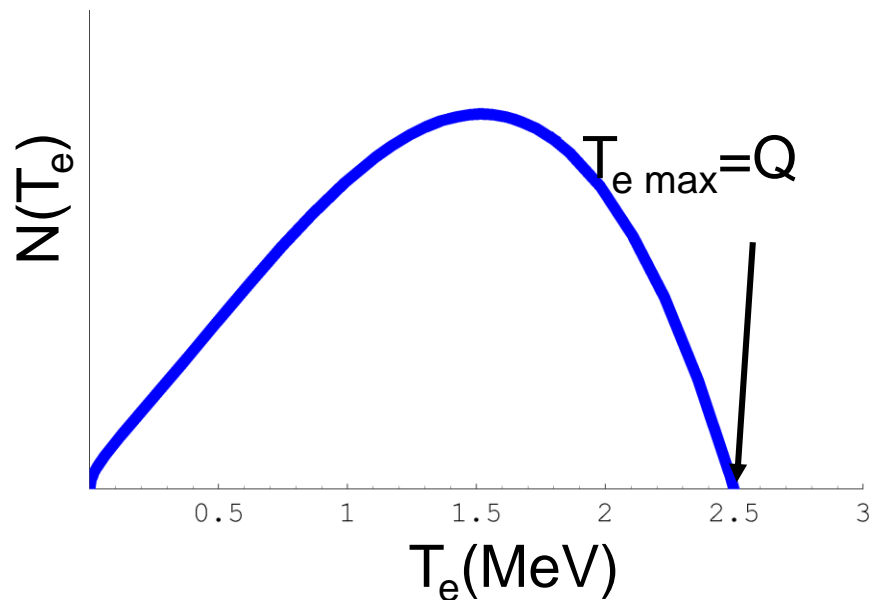
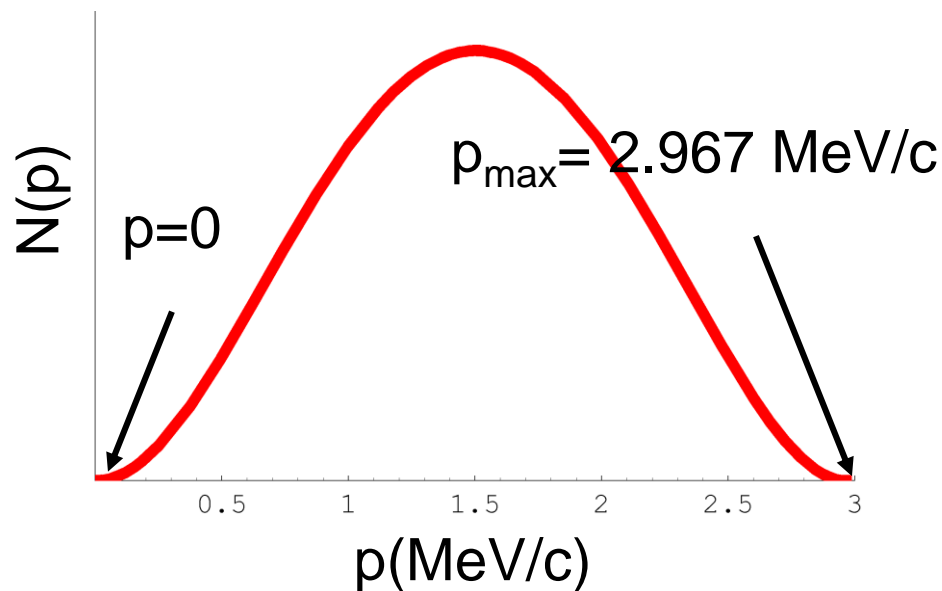
не зависи от енергията на процеса,
приближение на разрешени β -разпади

Форма на β -спектъра в импулсно и енергетично представяне

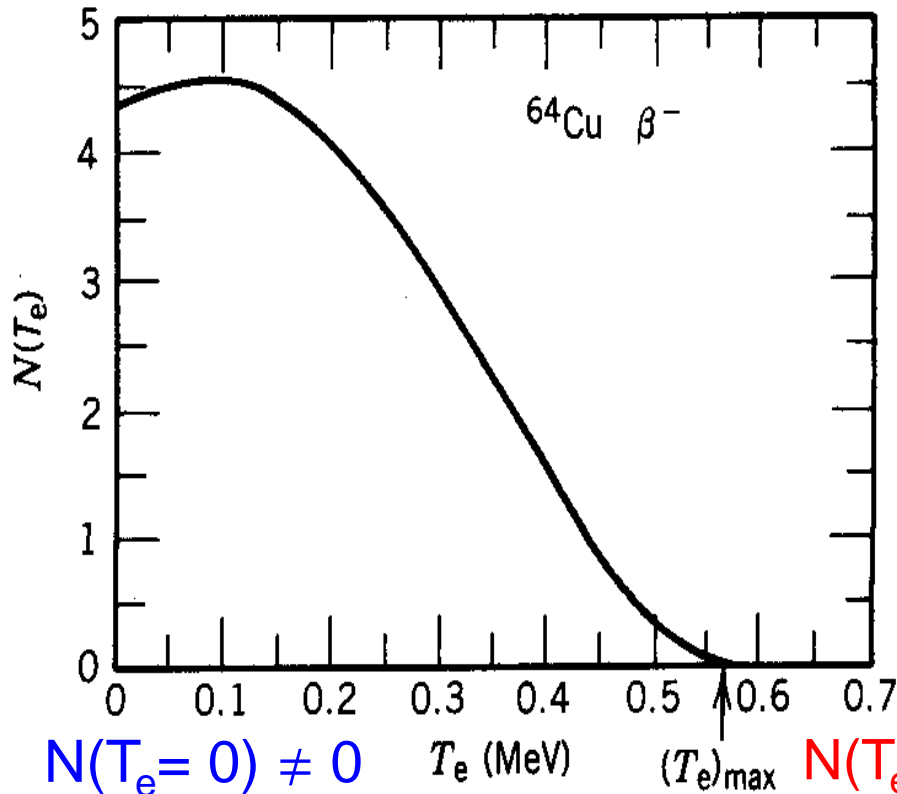
$$N(p) = \frac{C}{c^2} p^2 \left[Q - \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} + m_e c^2 \right]^2$$

$$N(T_e) = \frac{C}{c^5} \sqrt{T_e^2 + 2 T_e m c^2} (Q - T_e)^2 (T_e + m c^2)$$

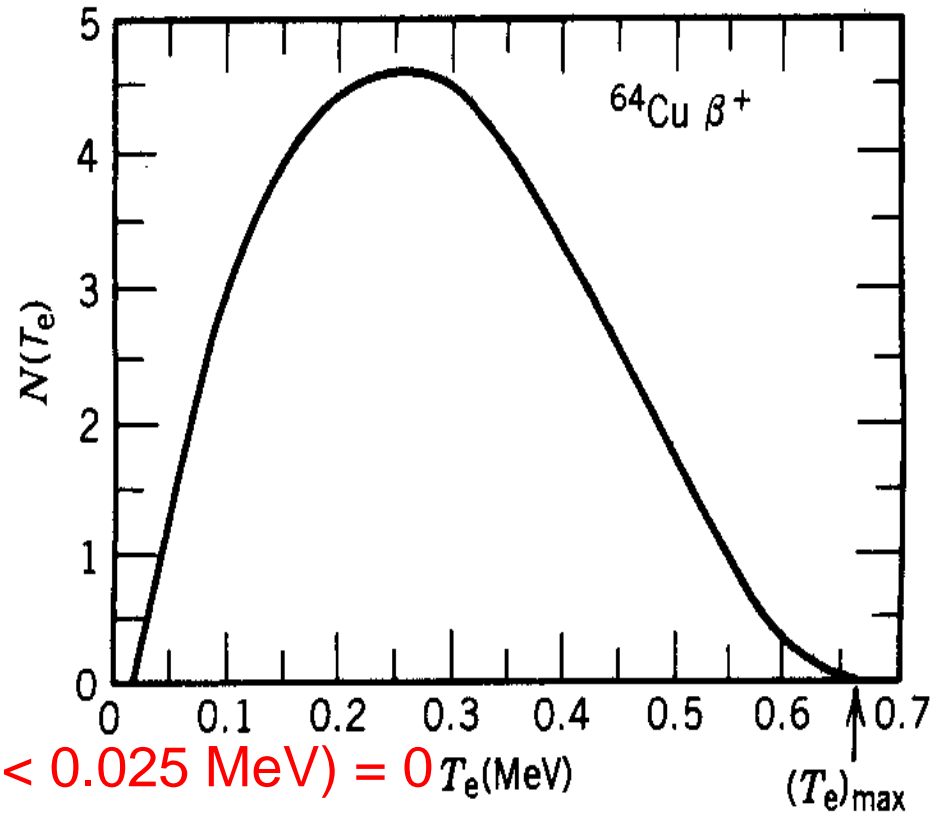
$Q = 2.5 \text{ MeV}$



Функция на Ферми



привличане



отблъскване

$F(Z', p)$ или $F(Z', T_e)$ – функция, която отчита Кулоновото взаимодействие между β -частицата и дъщерното ядро

“Забранени” β -преходи

$$\varphi_e = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i \vec{p} \cdot \vec{r} / \hbar} \approx \frac{1}{\sqrt{V}} \left(\underbrace{1}_{\text{разрешени}} + \underbrace{\frac{i \vec{p} \cdot \vec{r}}{\hbar}}_{\text{разрешени}} + \dots \right) \quad \varphi_v = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i \vec{q} \cdot \vec{r} / \hbar} \approx \frac{1}{\sqrt{V}} \left(\underbrace{1}_{\text{разрешени}} + \underbrace{\frac{i \vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar}}_{\text{разрешени}} + \dots \right)$$

$$V_{fi} = \frac{1}{V} \int \psi_{Nf}^* \hat{O}_\beta \psi_{Ni} d\mathbf{r} \equiv \frac{M_{fi}}{V}$$

не зависи от енергията \Rightarrow
не оказва влияние на спектъра

степен на забрана – 1, 2...

$S(p,q)$ – енергетична зависимост за
забранени преходи

Форма на β -спектъра

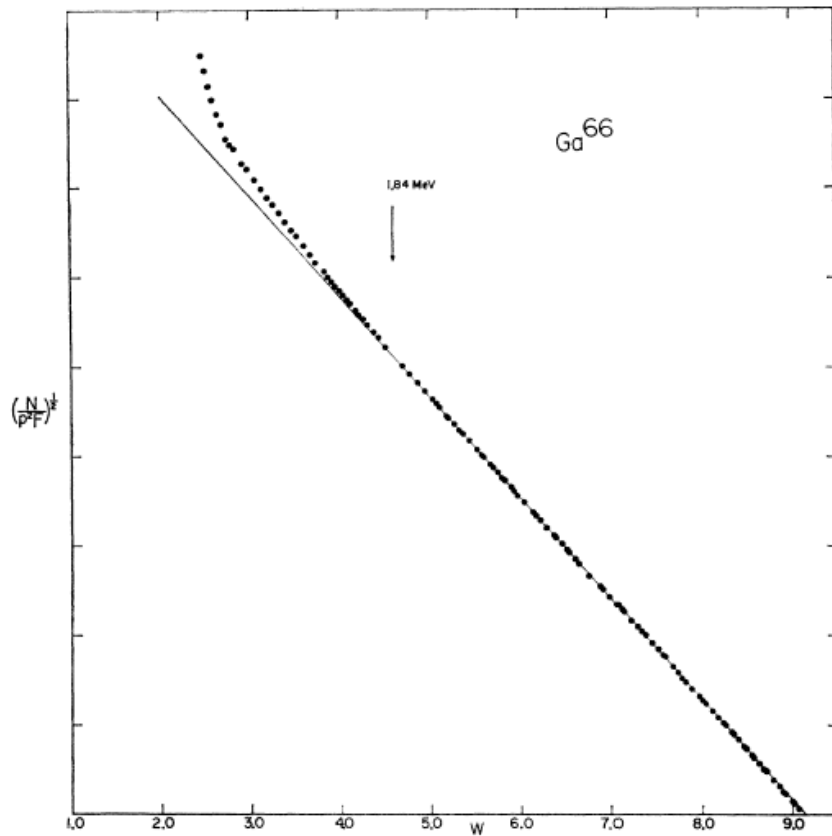
- Статистически фактор $p^2(Q-T_e)^2$ – брой достъпни крайни състояния;
- Функция на Ферми $F(Z', p)$ или $F(Z', T_e)$ – отчита взаимодействие между β -частицата и дъщерното ядро;
- Матричен елемент на прехода $|M_{fi}|^2$
- Форм-фактор $S(p,q)$ – отчита влиянието на матричния елемент на прехода върху формата на спектъра за забранени преходи

$$N(p) \propto p^2 (Q - T_e)^2 F(Z', p) |M_{fi}|^2 S(p, q)$$

График на Кюри (Kurie, американец)

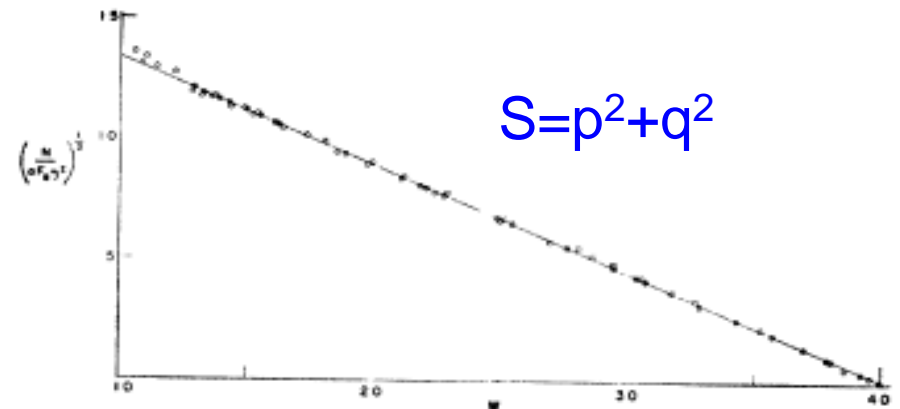
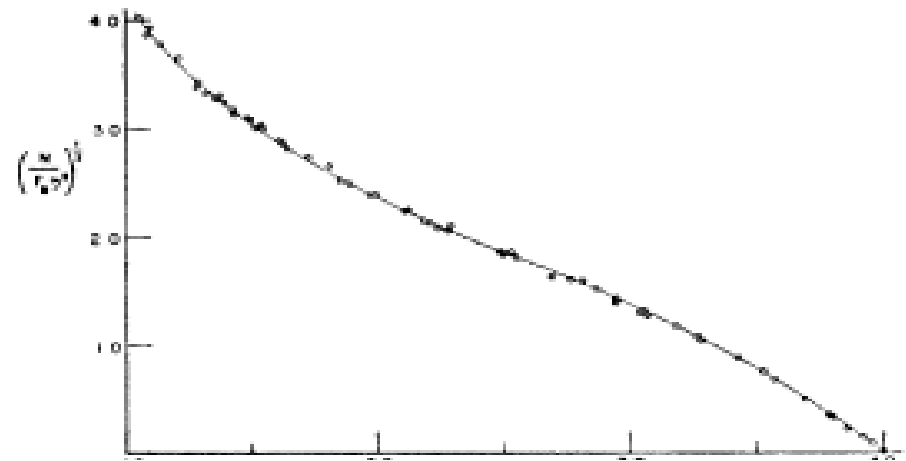
Разрешени

$$Q - T_e \propto \sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z', p)}}$$



Забранени

$$Q - T_e \propto \sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z', p) S(p, q)}}$$



Приведен (сравнителен) период на полуразпадане

$$d\lambda = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} F(Z', p) p^2 (Q - T_e)^2 dp \quad \text{за разрешени преходи}$$

$$\lambda = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \int_0^{p_{\max}} F(Z', p) p^2 (Q - T_e)^2 dp \quad cp_{\max} = \sqrt{E_0^2 - m_e^2 c^4}$$

Интеграл на Ферми

$$f(Z', E_0) \equiv \frac{1}{(m_e c)^3 (m_e c^2)^2} \int_0^{p_{\max}} F(Z', p) p^2 (E_0 - E_e)^2 dp$$

$$\lambda = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} (m_e c)^3 (m_e c^2)^2 f(Z', E_0) \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

$$f(Z', E_0) t_{1/2} = ft_{1/2} = 0.693 \frac{2\pi^3 \hbar^7}{g m_e^5 c^4 |M_{fi}|^2}$$

$$ft: 10^3 \div 10^{20} \text{ s}$$

$\text{Log}_{10} ft: 3 \div 4$ – свръхразрешени преходи

$$g = 0.88 \times 10^{-4} \text{ MeV fm}^3 \Leftarrow 0^+ \longrightarrow 0^+ \quad M_{if} = \sqrt{2}$$

Правила за отбор за разрешени преходи

Diagram showing energy levels $I_i^{\pi_i}$ and $I_f^{\pi_f}$ with a transition labeled $e^-, \bar{\nu}$.

$$\left. \begin{aligned} \varphi_\nu &= \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i \vec{q} \cdot \vec{r} / \hbar} \approx \frac{1}{\sqrt{V}} \left(\textcircled{1} + \frac{i \vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar} + \dots \right) \\ \varphi_e &= \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i \vec{p} \cdot \vec{r} / \hbar} \approx \frac{1}{\sqrt{V}} \left(\textcircled{1} + \frac{i \vec{p} \cdot \vec{r}}{\hbar} + \dots \right) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} r &= 0 \quad l = 0 \\ \pi_f \pi_i &= \pi_{e\nu} \\ &= (-1)^l = 1 \end{aligned}$$

$\Delta\pi$ - не

$$\vec{I}_f = \vec{I}_i + \vec{I}_{e\nu} \quad \vec{I}_{e\nu} = \vec{S} = \vec{s}_e + \vec{s}_\nu = \begin{matrix} 0 & (0) \\ 1 & (-1, 0, 1) \end{matrix}$$

- синглет (F)
- триплет (GT)

- преходи на Ферми ($S=0$): $\Delta I = |I_i - I_f| = 0$
- преходи на Гамов-Телер ($S=1$): $\Delta I = |I_i - I_f| = 0, 1$ **$\Delta\pi$ - не**
(без $0^+ \rightarrow 0^+$)

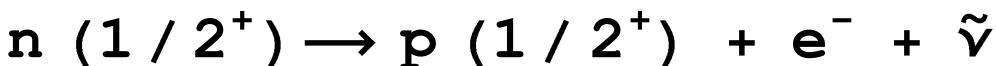
Примери



$$\Delta I = 0, \quad I_{e\nu} = 0 \quad \text{чист преход на Ферми}$$

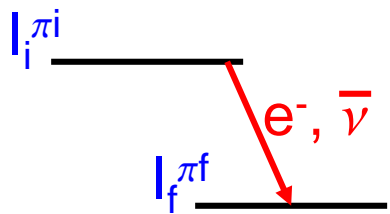


$$\Delta I = 1, \quad I_{e\nu} = 1 \quad \text{чист преход на Гамов-Телер}$$



$$\Delta I = 0, \quad I_{e\nu} = 0, 1 \quad \text{смесен преход - Ферми+Гамов-Телер}$$

Правила за отбор за забранени преходи



$$\varphi_v = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i \vec{q} \cdot \vec{r} / \hbar} \approx \frac{1}{\sqrt{V}} \left(1 + \frac{i \vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar} + \dots \right) \quad P(\ell = 0) = 1$$

$$\varphi_e = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i \vec{p} \cdot \vec{r} / \hbar} \approx \frac{1}{\sqrt{V}} \left(1 + \frac{i \vec{p} \cdot \vec{r}}{\hbar} + \dots \right) \quad P(\ell = 1) = (0.04)^2$$

$$P(\ell = 2) = (0.04)^4$$

$$1 + (0.04)^1 + (0.04)^2 + \dots$$

$$ft_{1/2} = 0.693 \frac{2 \pi^3 \hbar^7}{g m_e^5 c^4 |M_{fi}|^2}$$

$$M_{if} = g \int [\psi_{Nf}^* \varphi_e^* \varphi_v^*] \hat{O}_\beta \psi_{Ni} dV$$

$$Q = 1 \text{ MeV} \quad T_e = Q \quad p_e = 1.4 \text{ MeV}/c \quad P(\ell = 0) \gg P(\ell = 1) \gg P(\ell = 2) \dots$$

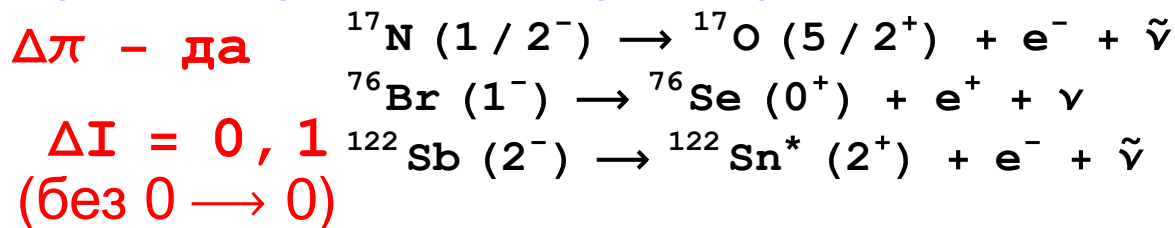
$$pR / \hbar = 0.04 \quad \ell = 0.04 \hbar$$

всяка степен на $p \cdot r$ дава максимум $l = 1 \hbar$

Забранени преходи от първи порядък

$$\ell = 1, \quad \pi_f \pi_i = \pi_{e\nu} \\ = (-1)^\ell = -1$$

Ферми преходи: $S = 0$



$\Delta I = 0, 1$
(без $0 \rightarrow 0$)

GT- преходи: $S = 1 \quad \Delta I = 0, 1, 2$

	разрешени		забранени		
	свръх	нормални	1 порядък	2 порядък	3 порядък
lgft средно за групата	3-3,5	5	9	15	18

Форма на β -спектъра и маса на неутриното

$$m_{\nu} c^2 = 0 \quad \text{с точност } 13 \text{ keV}$$

$$m_{\nu} c^2 \ll Q$$

$$E_{\nu} \gg m_{\nu} c^2$$

$$T_e \rightarrow Q \quad E_{\nu} \rightarrow m_{\nu} c^2$$

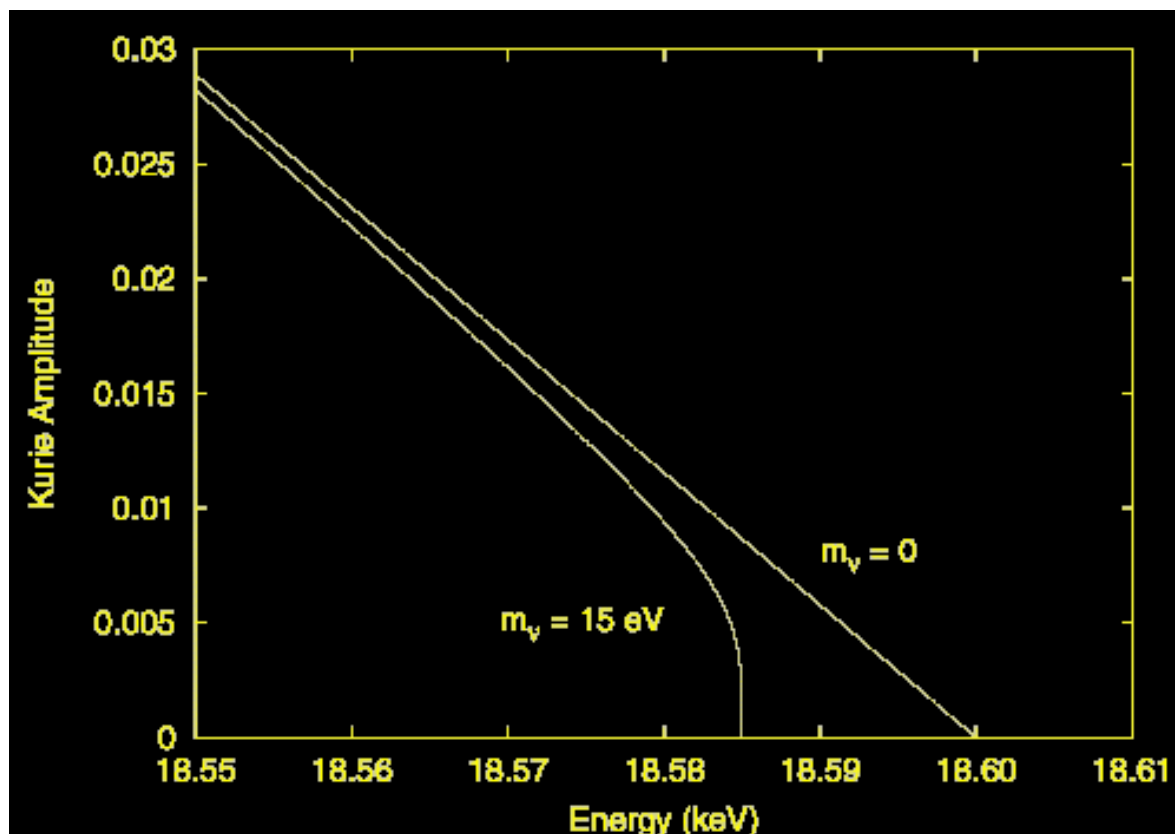
Краят на β -спектъра е чувствителен към масата на неутриното

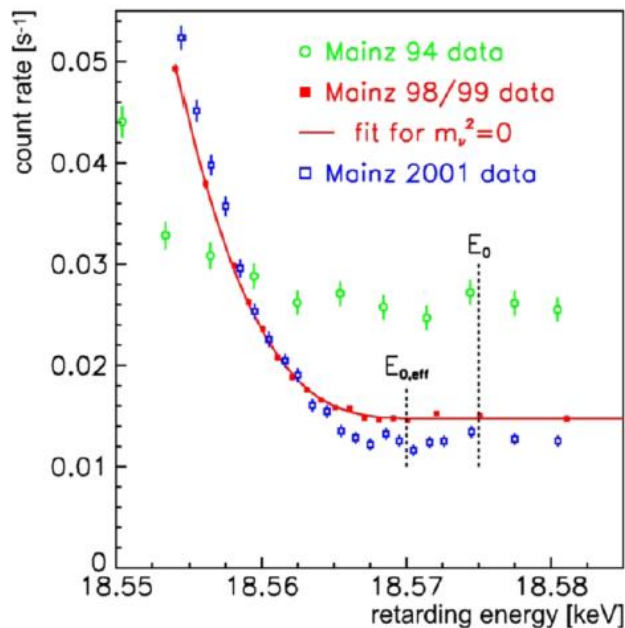
Ако $m_{\nu} = 0$

$$\frac{dN(p)}{dp} \xrightarrow{p_e \rightarrow p_{\max}} 0$$

Ако $m_{\nu} \neq 0$

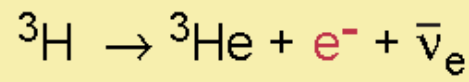
$$\frac{dN(p)}{dp} \xrightarrow{p_e \rightarrow p_{\max}} \infty$$





2004 г. – Mainz - $m_\nu < 2.3$ eV (95% CL)

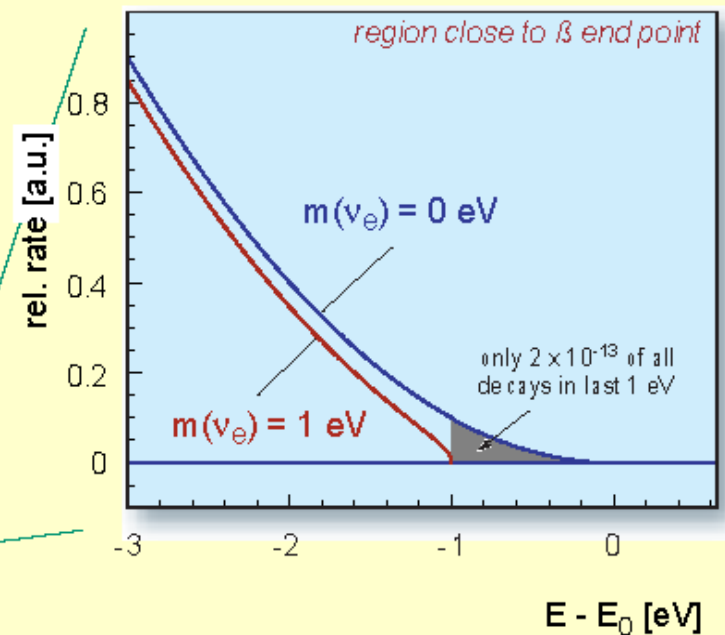
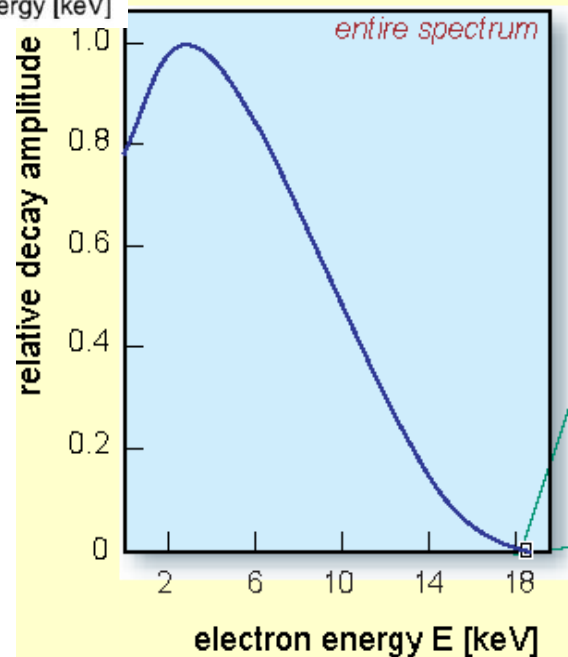
tritium β -decay and the neutrino rest mass



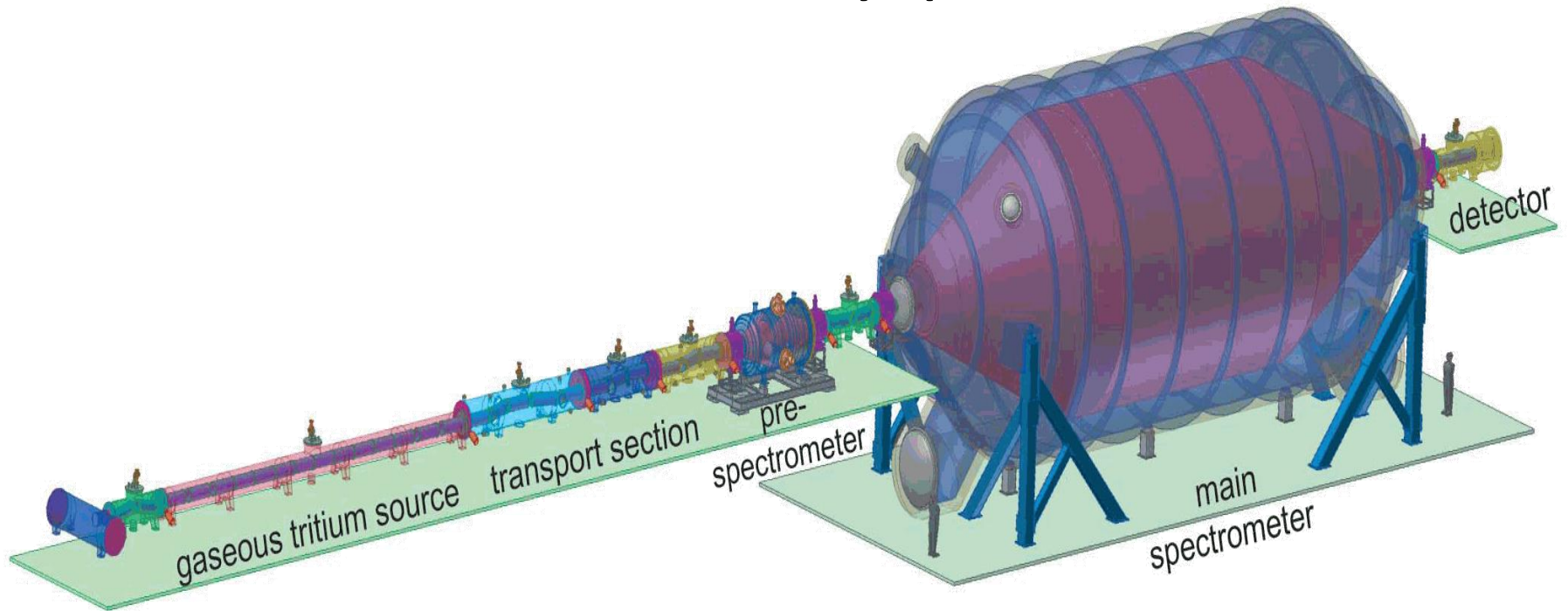
superallowed

half life : $t_{1/2} = 12.32$ a

β end point energy : $E_0 = 18.57$ keV



Маса на неутриното



Pre-spectrometer

diameter: 1.68m,

length: 3.38m

Main spectrometer

inner diameter of the cylindrical section: 9.8m,
total length: 23.28m

inner surface: 650m²,

volume: 1400m³

XHV conditions with a pressure of $< 10^{-11}$ mbar in both spectrometers.

KATRIN - Karlsruhe Tritium Neutrino Experiment





There is a slight problem of transportability from Deggendorf to Karlsruhe: The tank is too big for motorways, and the canal between the rivers Rhine and Danube has to be ruled out, too. Thus, instead of a journey of about 400 km, the spectrometer has to travel nearly 9000 km as indicated in the map.