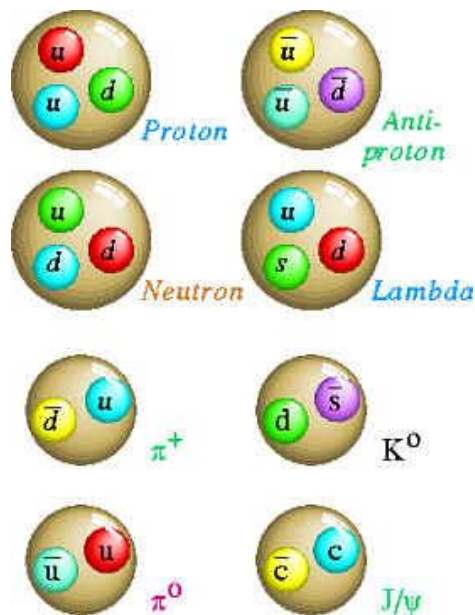


Силно взаимодействие и квантова хромодинамика *Quantum Chromo-Dynamics (QCD)*



ЦВЯТ

- Квантовата хромодинамика е квантовата теория на силните взаимодействия.
- Зарядът в QCD се нарича “**ЦВЯТ**”.
- Цветът е запазващо се квантово число с 3 възможни стойности, наричани “**червено**”, “**зелено**” и “**синьо**”.
- Кварките имат “**ЦВЯТ**” – **r**, **g**, **b**.
- Анти-кварките имат “**анти-ЦВЯТ**” **\bar{r}** , **\bar{g}** , **\bar{b}** .
- Лептоните, γ , W^\pm и Z^0 **НЯМАТ** цвят или “имат цветен заряд нула”
=> **НЕ УЧАСТВАТ** в **СИЛНОТО** взаимодействие.
- Цветът е просто наименование на състоянията в SU(3) представянето

$$\textcolor{red}{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \textcolor{green}{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \textcolor{blue}{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Експериментални доказателства за съществуването на цвят

- **Съществуването на Ω^- (sss):** Ω^- е ($L=0$) spin-1/2 барион съставен от 3 страни кوارка. Вълновата му функция

$$\psi = s \uparrow s \uparrow s \uparrow$$

е напълно **СИМЕТРИЧНА** по пространствени координати, спин и аромат. Но кварките са **ФЕРМИОНИ**, което изисква **АНТИ-СИМЕТРИЧНА** вълнова функция => необходима е допълнителна степен на свобода **ЦВЯТ**.

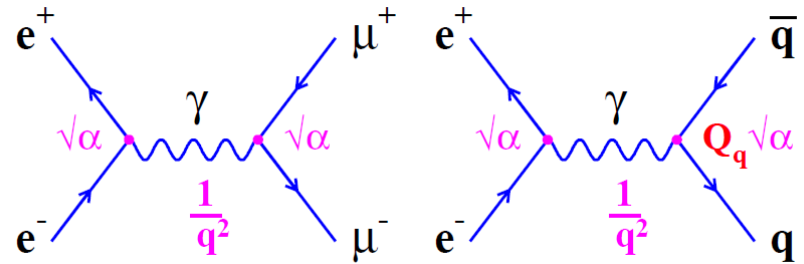
$$\psi = (s \uparrow s \uparrow s \uparrow) \psi_{colour}$$

$$\psi_{colour} = \frac{1}{\sqrt{6}} (rgb + gbr + brg - grb - rbg - bgr)$$

- $e^+ e^-$ анихилация:**

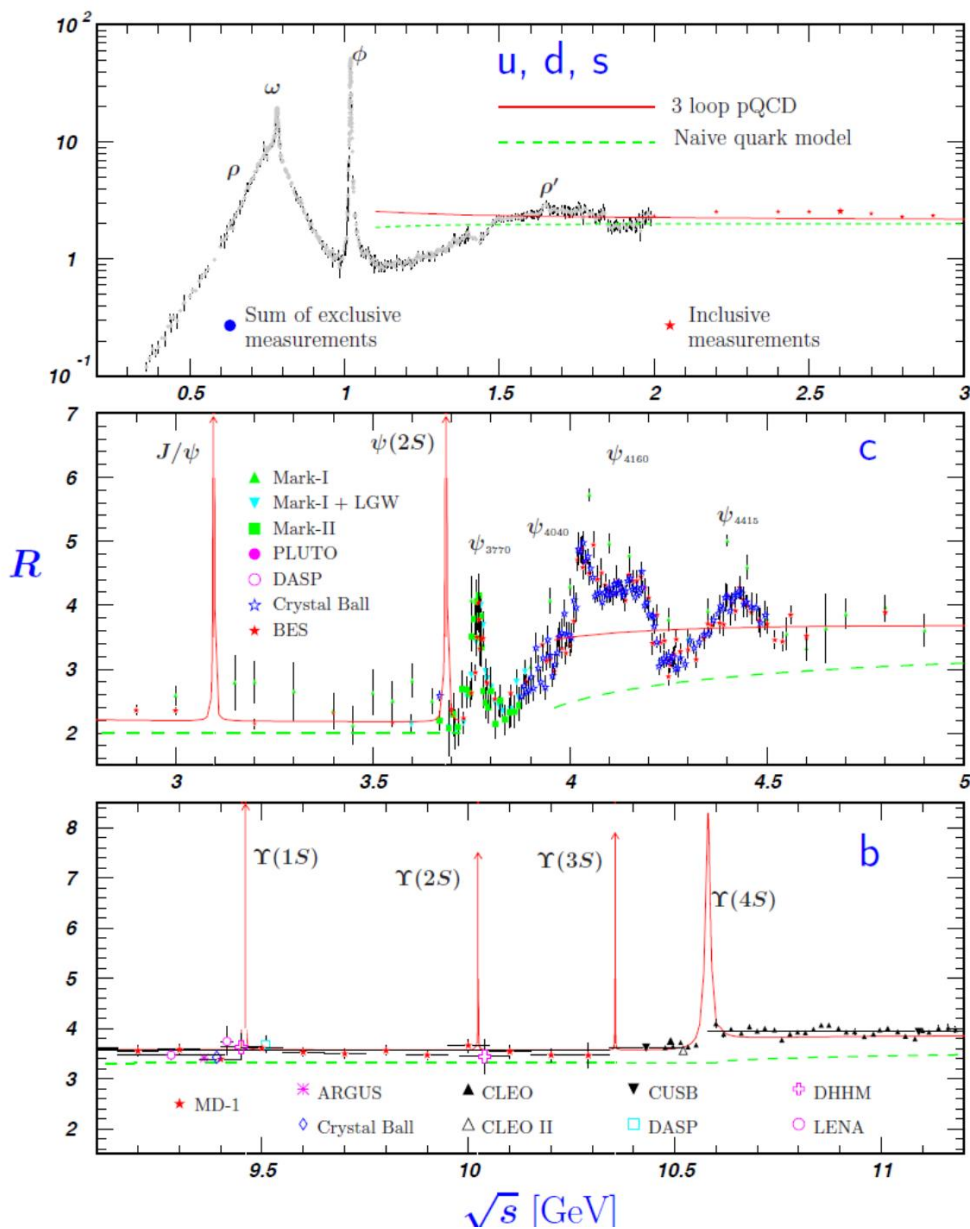
$$R_\mu = \frac{\sigma(e^+ e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-)}$$

$$R = 3 \sum_i Q_i^2 \quad (\text{3 colours})$$



Energy	Ratio R
$\sqrt{s} > 2m_s \sim 1 \text{ GeV}$	$3\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}\right) = 2$ u,d,s
$\sqrt{s} > 2m_c \sim 4 \text{ GeV}$	$3\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9}\right) = 3\frac{1}{3}$ u,d,s,c
$\sqrt{s} > 2m_b \sim 10 \text{ GeV}$	$3\left(\dots + \frac{1}{9}\right) = 3\frac{2}{3}$ u,d,s,c,b
$\sqrt{s} > 2m_t \sim 350 \text{ GeV}$	$3\left(\dots + \frac{4}{9}\right) = 5$ u,d,s,c,b,t

R in Light-Flavor, Charm, and Beauty Threshold Regions



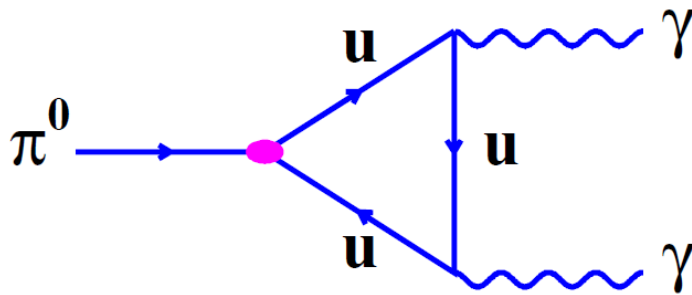
R_μ нараства стъпаловидно.

В областта $\sqrt{s} < 11 \text{ GeV}$ картината се усложнява от резонансите cc и bb .

Данните изключват "безцветната" хипотеза.

Вероятност за $\pi \rightarrow \gamma\gamma$ разпадане:

Необходим е цвят, за да се обясни експериментално наблюдаваната ширина на разпадането.



$$\Gamma(1 \text{ quark loop}) = 0.87 eV$$

$$\Gamma(3 \text{ quark loop}) = 3^2 \times 0.87 eV = 7.83 eV$$

$$\Gamma^{\text{exp}} = 7.92 \pm 0.42 eV$$

SU(3) цвѐтова симетрия

$$\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{U} \mathbf{q} \quad ; \quad \bar{\mathbf{q}} \rightarrow \bar{\mathbf{q}} \mathbf{U}^\dagger$$

$$\mathbf{U} \mathbf{U}^\dagger = \mathbf{U}^\dagger \mathbf{U} = \mathbf{1} \quad ; \quad \det \mathbf{U} = 1$$

$$\mathbf{U} = \exp \left\{ i \mathbf{T}^a \theta_a \right\} \quad ; \quad \mathbf{T}^a = \mathbf{T}^{a\dagger} \quad ; \quad \text{Tr}(\mathbf{T}^a) = 0 \quad ; \quad a = 1, \dots, N^2 - 1$$

- Генераторите на групата SU(3)
- λ^a - матрици на Гел-Ман

$$\mathbf{T}_F^a = \frac{1}{2} \lambda^a$$

$$\lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \lambda^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$[\mathbf{T}^a, \mathbf{T}^b] = i f^{abc} \mathbf{T}^c$$

f^{abc} — структурни константи на групата SU(3) (цели числа)

$$\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{U} \mathbf{q} = \exp \left\{ i \frac{\lambda^a}{2} \theta_a \right\} \mathbf{q}$$

- КАЛИБРОВЪЧЕН ПРИНЦИП локална симетрия

$$\theta = \theta(x)$$

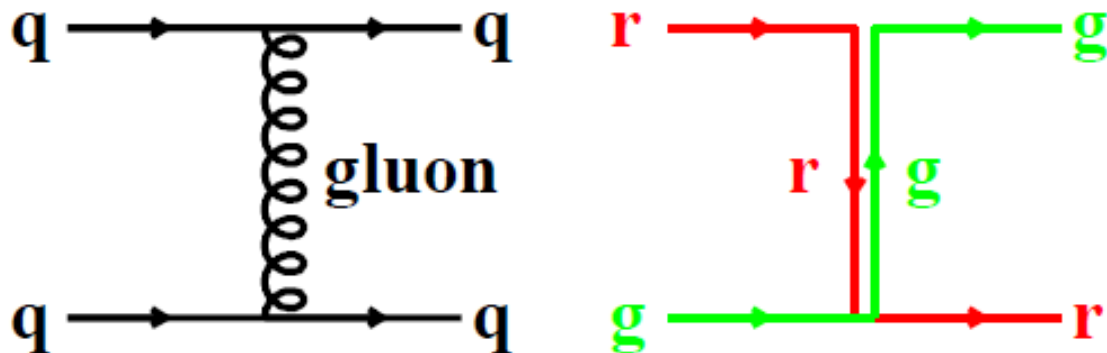
- Ковариантни производни

$$\mathbf{D}^\mu \mathbf{q} \equiv (\mathbf{I}_3 \partial^\mu + i g_s \mathbf{G}^\mu) \mathbf{q}$$

$$\mathbf{G}^\mu \rightarrow \mathbf{U} \mathbf{G}^\mu \mathbf{U}^\dagger + \frac{i}{g_s} (\partial^\mu \mathbf{U}) \mathbf{U}^\dagger$$

$$[\mathbf{G}^\mu]_{\alpha\beta} \equiv \frac{1}{2} (\lambda^a)_{\alpha\beta} G_a^\mu(x)$$

- 8 нови полета G^μ - цветни глюони



Color representation of the gluons

$$(r\bar{b} + b\bar{r})/\sqrt{2}$$

$$-i(r\bar{b} - b\bar{r})/\sqrt{2}$$

$$(r\bar{g} + g\bar{r})/\sqrt{2}$$

$$-i(r\bar{g} - g\bar{r})/\sqrt{2}$$

$$(b\bar{g} + g\bar{b})/\sqrt{2}$$

$$-i(b\bar{g} - g\bar{b})/\sqrt{2}$$

$$(r\bar{r} - b\bar{b})/\sqrt{2}$$

$$(r\bar{r} + b\bar{b} - 2g\bar{g})/\sqrt{6}.$$

- Можем ли да добавим към лагранжиана и други членове, инвариантни относно преобразуванието на симетрия?
- Кинетичен член :

$$\mathbf{G}^{\mu\nu} \equiv -\frac{i}{g_s} [\mathbf{D}^\mu, \mathbf{D}^\nu] = \partial^\mu \mathbf{G}^\nu - \partial^\nu \mathbf{G}^\mu + i g_s [\mathbf{G}^\mu, \mathbf{G}^\nu] \rightarrow \mathbf{U} \mathbf{G}^{\mu\nu} \mathbf{U}^\dagger$$

$$\mathbf{G}^{\mu\nu} \equiv \frac{\lambda^a}{2} G_a^{\mu\nu} \quad ; \quad G_a^{\mu\nu} = \partial^\mu G_a^\nu - \partial^\nu G_a^\mu - g_s f^{abc} G_b^\mu G_c^\nu$$

$$\mathcal{L}_K = -\frac{1}{2} \text{Tr} (\mathbf{G}^{\mu\nu} \mathbf{G}_{\mu\nu}) = -\frac{1}{4} G_a^{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a$$

Инвариантен е.

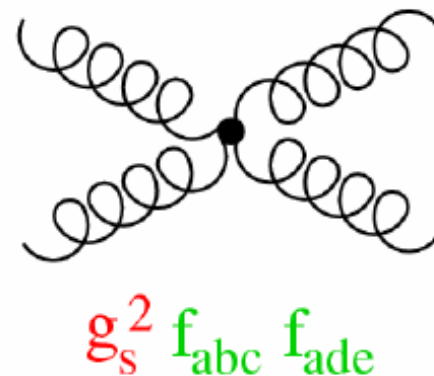
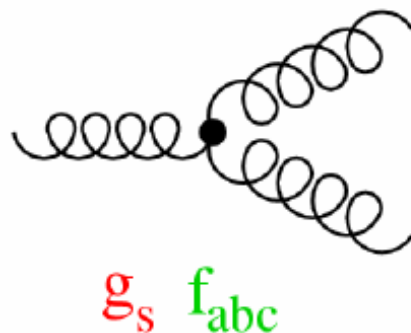
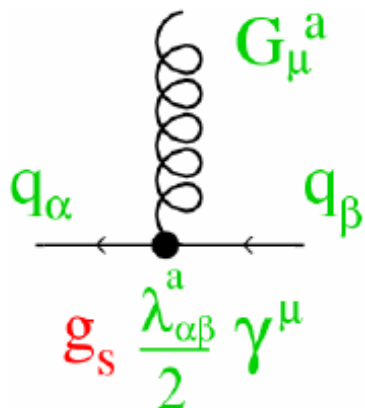
- Масов член:

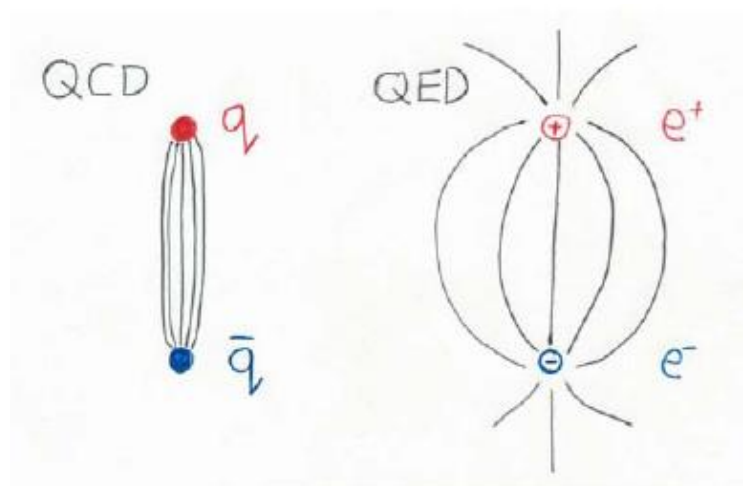
$$\mathcal{L}_M = \frac{1}{2} m_G^2 G_a^\mu G_\mu^a$$

Не е инвариантен $\Rightarrow m_G=0$ (глюоните са безмасови).

Лагранжиан на квантовата хромодинамика

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{QCD}} &= -\frac{1}{2} \text{Tr} (G^{\mu\nu} G_{\mu\nu}) + \bar{q} [i \gamma^\mu D_\mu - m_q] q \\
 &= -\frac{1}{4} (\partial^\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a) (\partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a) + \sum_q \bar{q}_\alpha [i \gamma^\mu \partial_\mu - m_q] q_\alpha \\
 &\quad - \frac{1}{2} g_s G_\mu^a \sum_q [\bar{q}_\alpha (\lambda^a)_{\alpha\beta} \gamma^\mu q_\beta] \\
 &\quad + \frac{1}{2} g_s f_{abc} (\partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a) G_b^\mu G_c^\nu - \frac{1}{4} g_s^2 f_{abc} f_{ade} G_b^\mu G_c^\nu G_\mu^d G_\nu^e
 \end{aligned}$$

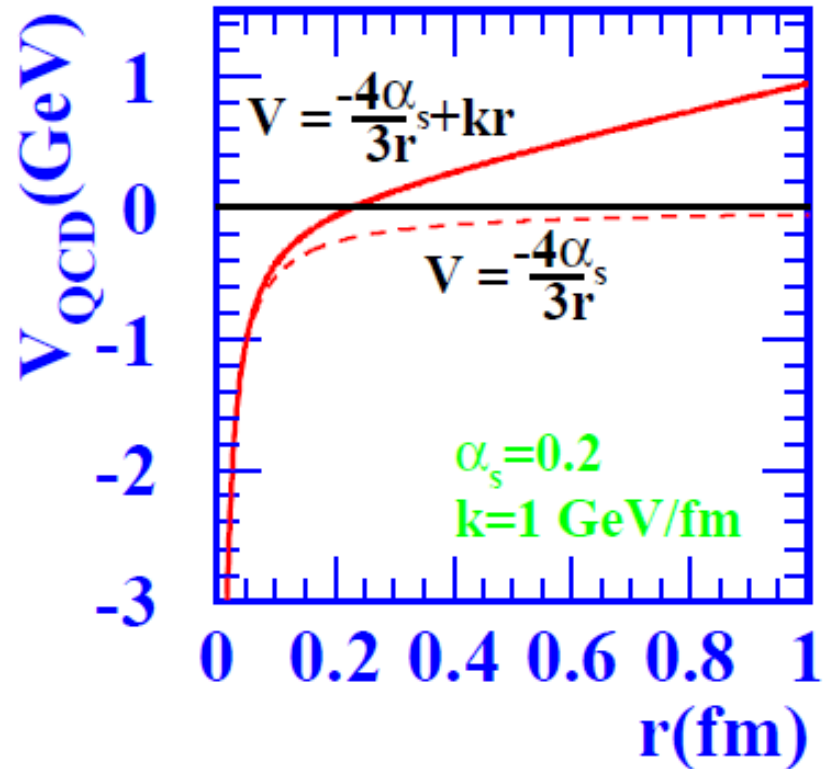




- Взаимодействието на глюоните помежду си променя коренно механизма на силните взаимодействия. Глюоните взаимно се привличат, в резултат на което цветовите силови линии се съсредоточават единствено в тънка тръба (струна) между двата кварка.
- Тази струна има еластичност и трупа потенциална енергия, когато кварките се раздалечават.
$$V(r) \propto r$$
- Необходима е безкрайна енергия, за да бъдат разделени два кварка.

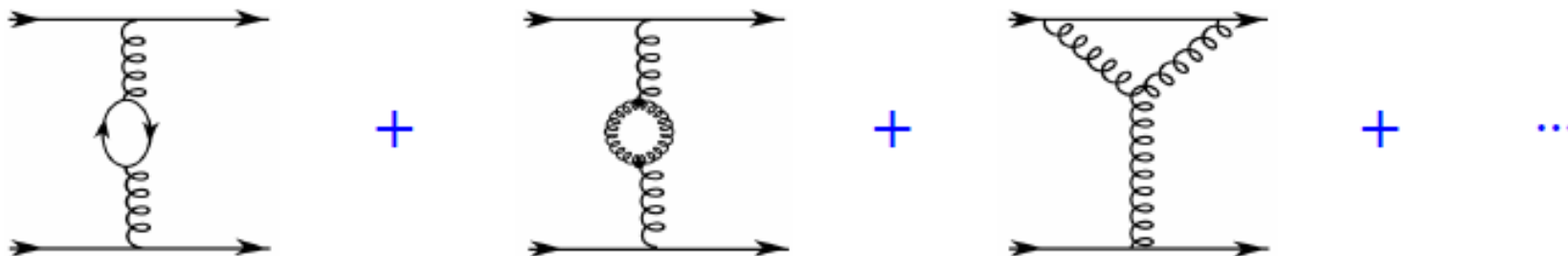
QCD потенциалът между кварките има две компоненти:

- Кулонов член $-\frac{4\alpha_s}{3r}$
- Линеен член $+kr$



- **Задача:** да се пресметне силата, действаща между два кварка, ако бъдат раздалечени на разстояние 1 м при $k \approx 1 \text{ GeV} / \text{fm}$.

Бягаща константа на взаимодействието



екранировка

анти-екранировка

Поради самодействието на глюоните цветовият заряд е екраниран както от кваркови, така и от глюонни примки.

- При големи предадени импулси (малки разстояния) константата на взаимодействие намалява.

Асимптотична свобода на кварките.

- При малки предадени импулси (големи разстояния) константата на взаимодействие расте.

Кварково заточение.

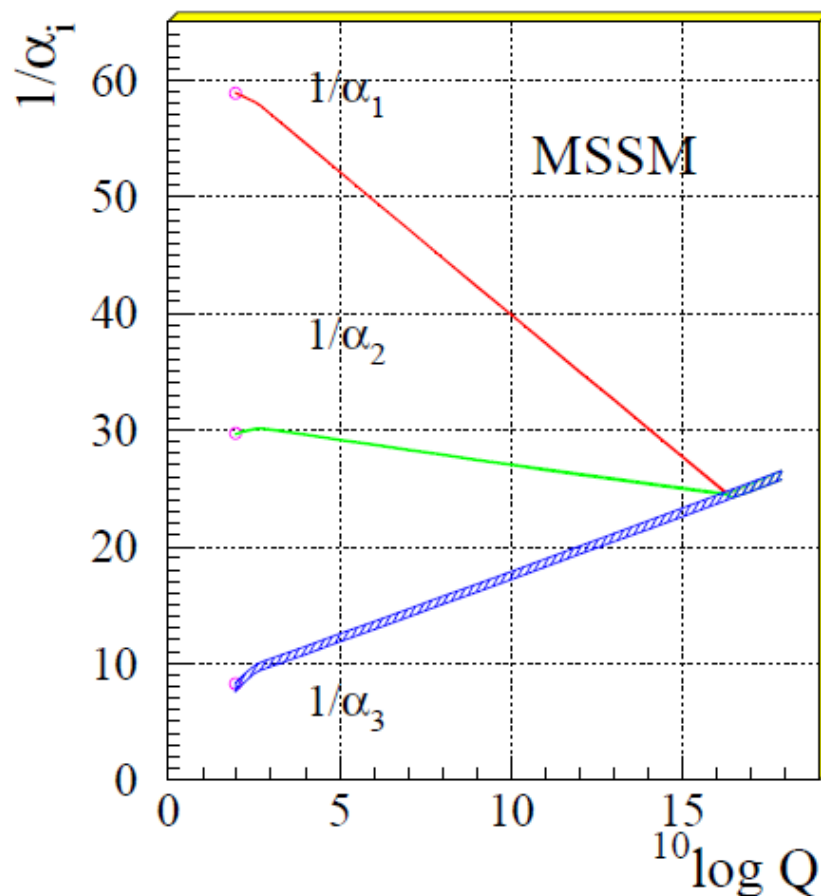
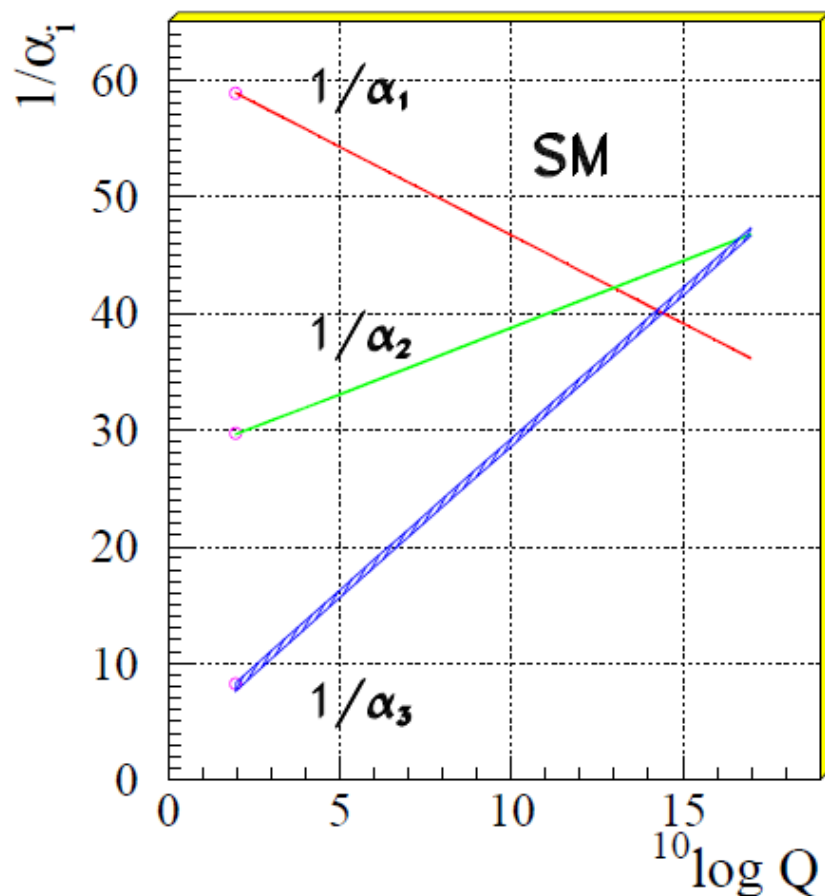
- Адроните са “бели” състояния

Мезон
$$M(q^1 q^2) = \sum_{a=1}^3 q_a^1 q_a^2$$

Барион
$$B(q^1 q^2 q^3) = \sum_{abc} \varepsilon_{abc} q_a^1 q_b^2 q_c^3$$

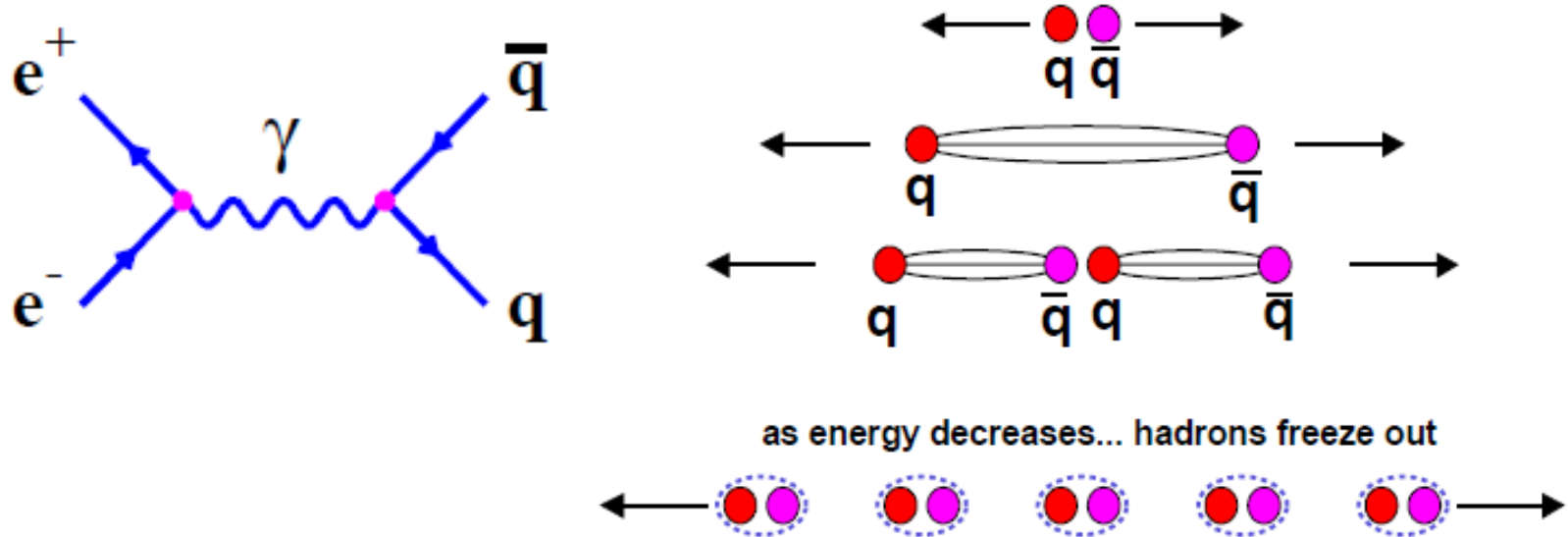
ε_{abc} — напълно антисиметричен тензор.

Unification of the Coupling Constants in the SM and the minimal MSSM



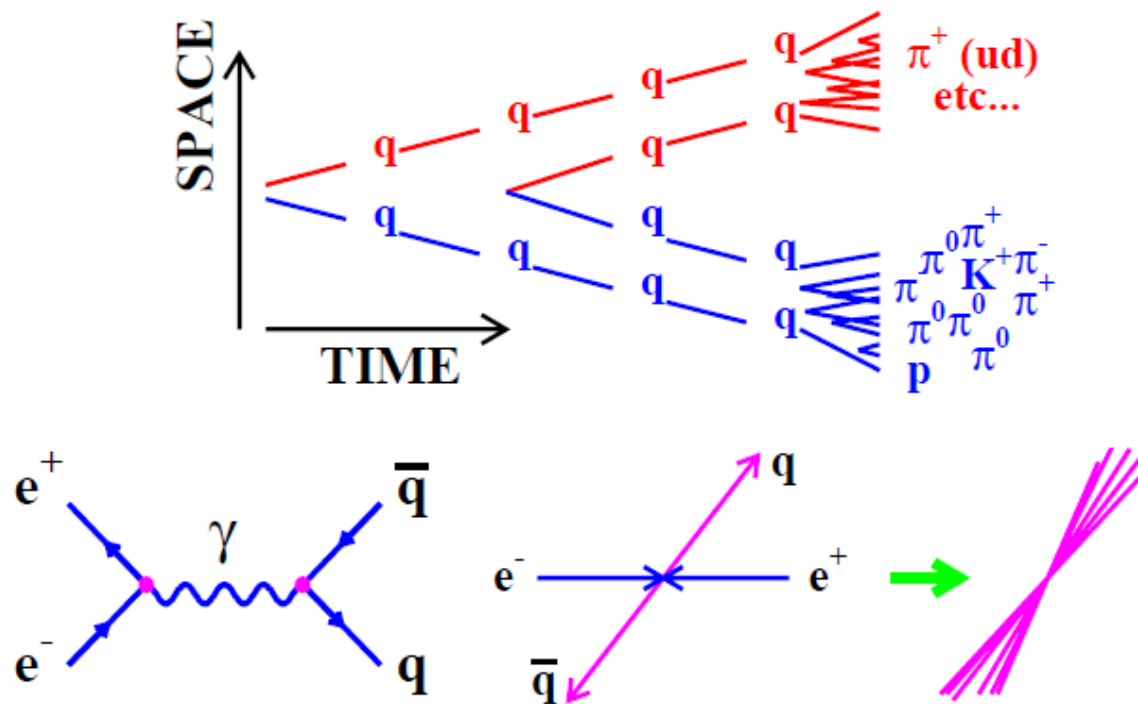
Струи

- Раждане на двойка $q\bar{q}$ при $e^+ e^-$ аниhilация.

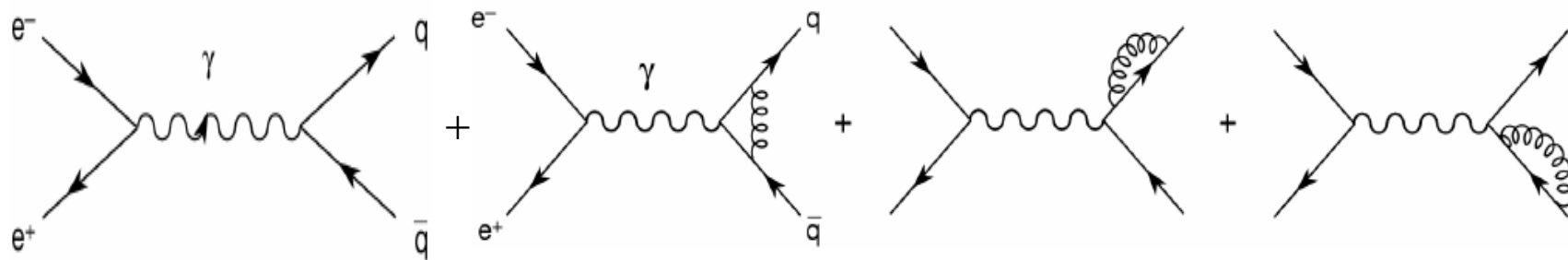
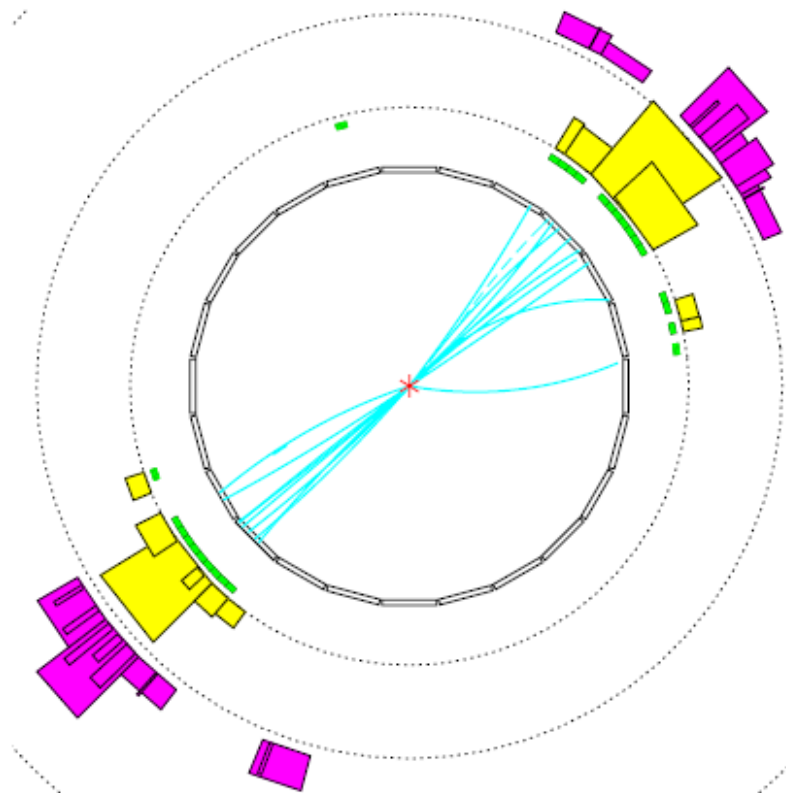


- С нарастването на разстоянието между кварките расте и потенциалната енергия на струната. Когато $E_{string} > 2m_q$ нова двойка кварк и анти-кварк може да бъде създадена.

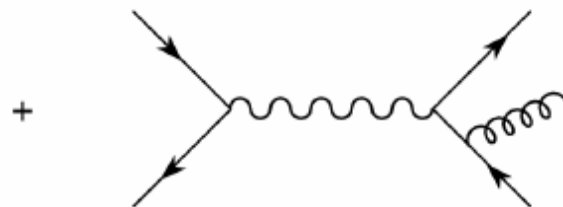
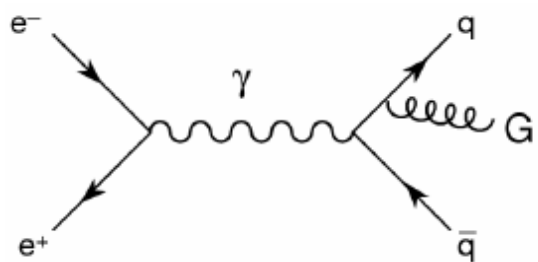
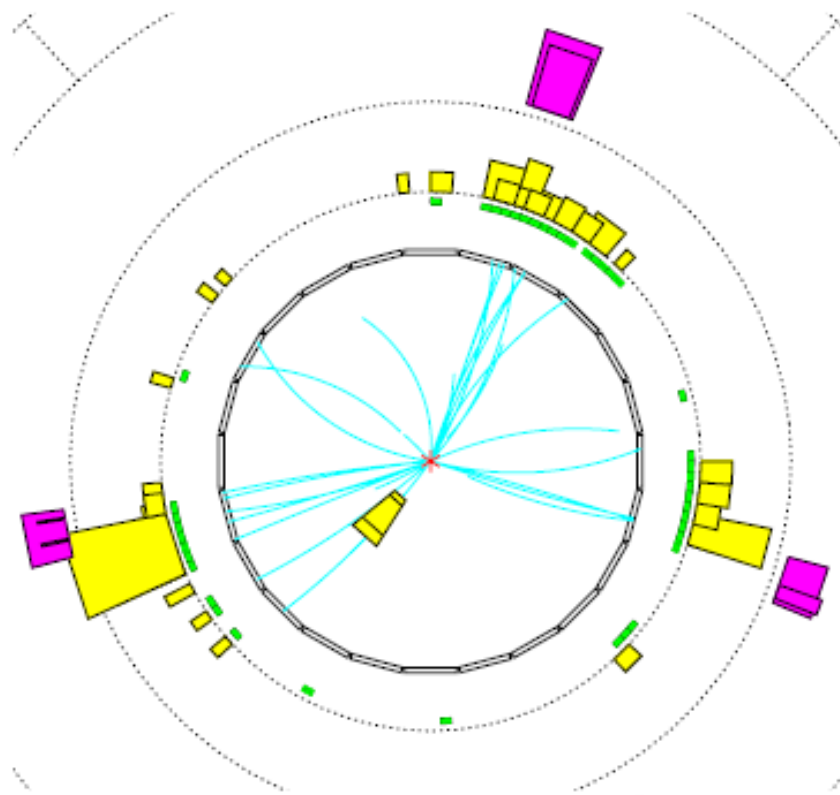
- **Адронизация:** процес на формиране на двойки кварк и анти-кварк от потенциалната енергия на цветовото поле. Процесът започва с кварки и завършва с колимиран сноп от адрони (струя).



$$e^+ e^- \rightarrow q \bar{q}$$



$$e^+ e^- \rightarrow q \bar{q} G$$



Измерване на α_s



$$R_\mu = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

$$R_\mu = 3 \sum Q_q^2 \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} \right)$$

- Допълнителният връх за излъчване на глюон добавя член, пропорционален на α_s .

Измерване на α_s

