

## ЯДРЕНИ МОДЕЛИ

### Увод

Теория на ядрото засега не съществува, поради две основни трудности:

1) Ядрото е система от  $N$  тела -  $N$  е голямо за точно аналитично решение и малко за прилагане на статистически методи.

2) Ядрените сили нямат класически аналог, за техните свойства има откъслечна информация. Математически подход (квантова механика) - е доказал своята приложимост за атомни системи и за електромагнитното взаимодействие. Необходима е релативистична квантова теория на елементарните частици (все още се развива).

Ядрени модели - опростена теория с подходящ математически апарат и аналогии с класически системи се търси обяснението на някои свойства на ядрата.

Няма модел, обясняващ всички свойства на ядрата.

Добър ядрен модел трябва да обясни експериментални факти и да предскаже опитно проверяеми нови свойства. Пример - капковият модел (аналогия на ядрената материя с капка електрично заредена течност с добавяне на два нови члена - енергия на симетрия и енергия на сдвояване дава добро съвпадение с измерените маси за ядрата. Но той дава само тенденцията в масите, има систематични отклонения в предсказаната маса, които се обясняват в слоестия модел (аналогия с атомния строеж). Слоестият модел също не може да обясни редица свойства, свързани с колективни движения. В колективните модели ядрото се разглежда като твърдо тяло или течност с характерните степени на свобода: ротация на несферично тяло, вибрации на повърхността на сферична капка и пр.

В едночастичните модели нуклеоните се движат независимо един от друг в усредненото поле на общия за всички нуклеони силов център.

В обобщените модели ядрото се представя като „ядка” с движещи се около нея един или няколко външни нуклеона: ядката се описва с колективен модел, а външните нуклеони - с деформирано осреднено поле.

Всеки модел включва определен брой параметри, но с много параметри се постигне добро съвпадение с някои данни, но не могат да се предсказват нови свойства.

### Слоест модел

Слоест модел - Мария Гьоперт-Майер и Хаксел, Янсен и Суес (1948-49 г.).

*Прилагането на принципа на Паули към електроните в атомната обвивка води до слоест строеж на атомите, запълнени вътрешни обвивки и валентни електрони.*

Трудности при ядрата

- Липса на силов център - нуклеоните се движат в създадения от самите тях потенциал.

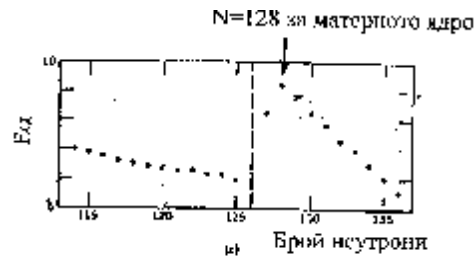
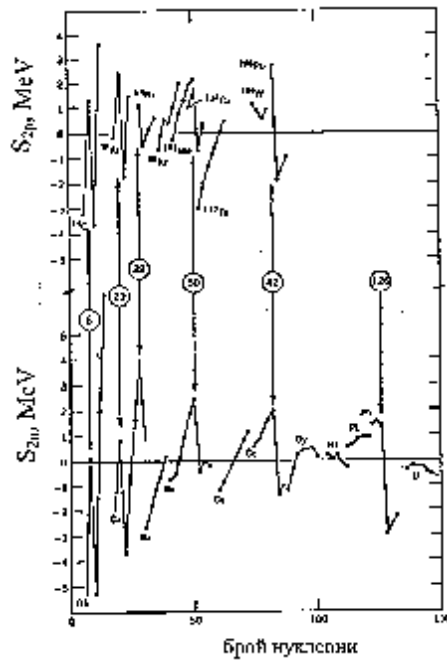
- Стабилни „орбити” в толкова плътна система, каквата е ядрото ( $10^{38}$  нуклеона/ $\text{cm}^3$ ), а нуклеоните почти се допират един до друг. Но за нуклеоните е в сила принципа на Паули - два нуклеона не могат да заемат една и съща орбита! При запълненени нива сблъскването е само еластично.

*Факти в полза на слоестия строеж – магични числа*

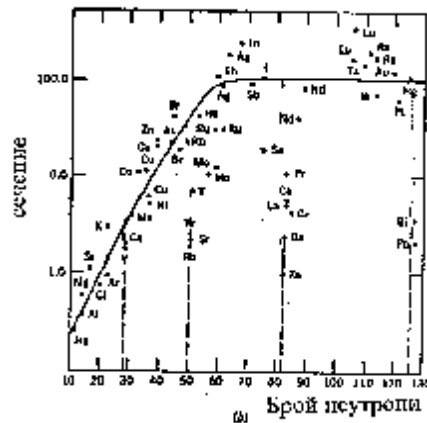
От свойствата на стабилните ядра: ядрата с  $Z = 2, 8, 20, 50$  и  $82$  имат голям брой стабилни изотопи: Sn ( $Z = 50$ ) - 10, Pb ( $Z = 82$ ) - 4. Ядра с  $N = 2, 8, 20, 50, 82, 126$  също имат голям брой стабилни изотони.

Формулата за масата дава силни отклонения за ядра с  $N$  или  $Z$  равни на  $28, 50, 82, 126$ .

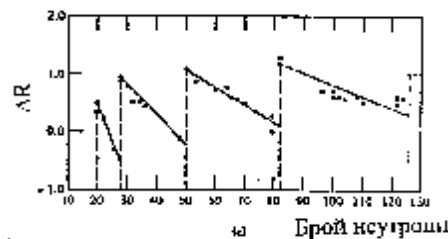
Енергията за отделяне на два протона или два неутрона има скок при  $N$  или  $Z$  равни на  $28, 50, 82, 126$



а) Енергия на  $\alpha$ -частиците в изотопите на радона,



б) Сечение за залавяне на неутрони



в) Промяна на зарядовия радиус на ядрото при  $\Delta N=2$ .

Енергията на свързване показва голяма стабилност за ядра с  $N$  или  $Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$ . Пример с леките ядра  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^5\text{He}$ ,  ${}^5\text{Li}$

ядро	${}^2\text{H}(\text{D})$	$\text{T}({}^3\text{H})$	${}^4\text{He}$	${}^5\text{He}$	${}^5\text{Li}$
$B$ ( $\epsilon=B/A$ ), MeV	2,2 (1,1)	7,7 (2,6)	28,3 (7,1)	27,3 (5,5)	6,3 (5,3)

${}^5\text{He}$  и  ${}^5\text{Li}$  се разпадат за  $10^{-22}$  s на  $\alpha$ - и протон или неутрон.

Данни за квадруполните моменти - ядра с този брой неутрони или протони са сферични.

*Модел – потенциали и магични числа*

Несдвоенният нуклеон се движи в усредненото поле на останалите нуклеони - това усреднено (или самосъгласувано поле) играе роля на силов център.

Средният потенциал се избира да следва същата радиална зависимост като плътността на ядреното вещество: за средни и тежки ядра плътността е постоянна (с дифузен край). За леки ядра се избира осцилаторен потенциал.

Потенциал на Уудс-Саксон

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$



Нива на хармоничния осцилатор  
Сферично-симетричния хармоничен осцилатор има енергия

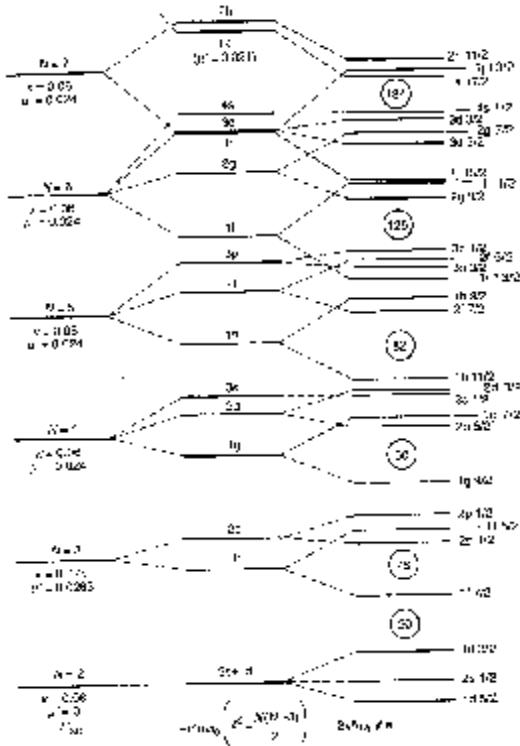
$$E_N = \left( N + \frac{3}{2} \right) \hbar \omega \quad \text{с } N = 0, 1, 2, \dots$$

Нивата на енергия на хармоничния осцилатор са еквилистантни и има двукратно израждане при  $N = 2$  и  $3$ , трикратно при  $N = 4$  и  $5$  и т.н. Главното квантово число е  $N = 2(n-1) + 1$ ,  $1$  е орбиталното квантово число, а  $n$  е цяло число ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), показващо за кой път се появява дадено орбитално квантово число. Възможните стойности на  $N$ ,  $n$ ,  $1$ , означението, броят на възможните състояния и магичните числа са показани в таблицата - само първите три магични числа се получават правилно.

$N$	$n$	$1$	означение	$2(21+1)$	магично число
0	1	0	1s	2	2
1	1	1	1p	6	8
2	1	2	1d	10	20
	2	0	2s	2	
3	1	3	1f	14	40
	2	1	2p	6	
4	1	4	1g	18	70
	2	2	2d	10	
	3	0	3s	2	
5	1	5	1h	22	112
	2	3	2f	14	
	3	1	3p	6	

Използването на друг потенциал – правоъгълен или потенциала на Саксон-Уудс –

схема израждането по орбитален момент: нивата с по-голямо  $\mathbf{l}$  се спускат под нивата с по-малко  $\mathbf{l}$ , и двете под нивата на осцилатора.

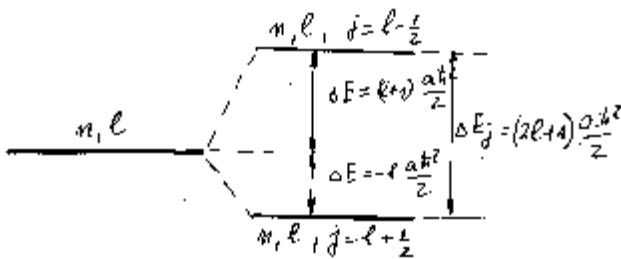


Нива на хармоничния осцилатор и потенциал на Саксон-Уудс. В дясната част са показани енергетичните нива с отчитане на спин-орбиталното взаимодействие.

### Силно спин-орбитално взаимодействие

Спин-орбитално взаимодействие – отчетено с член  $V_{so}(r)(\mathbf{l} \cdot \mathbf{s})$  в потенциала. Интеграл на движението е  $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$ . Това „остатъчно взаимодействие“ разцепва всяко ниво с  $\mathbf{l} \neq 0$  на две нива. Добро квантово число е  $j$ , което има две стойности  $j = \mathbf{l} - 1/2$  и  $j = \mathbf{l} + 1/2$ . Броят на нивата е  $2j+1$  и при дадено  $\mathbf{l}$  е същият, както и по-рано: всяко  $j$  има 2 стойности ( $\mathbf{l} - 1/2$ ) и ( $\mathbf{l} + 1/2$ ):

$$2j+1 = 2\left(\mathbf{l} - \frac{1}{2}\right) + 1 + 2\left(\mathbf{l} + \frac{1}{2}\right) + 1 = 2(2\mathbf{l} + 1).$$



Всяко ниво с отличен от нула орбитален момент се разцепва на две поднива

$V_{so}(r)$  се приема константа  $-a$ . Към  $E_0$  (без с.-о. вз.) се добавя  $\Delta E = -a(\mathbf{l} \cdot \mathbf{s})$ .  $(\mathbf{l} \cdot \mathbf{s})$  се изчислява от  $j^2 = (\mathbf{l} + \mathbf{s})^2$ ,

$$(\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}) = \frac{1}{2} [j^2 - \mathbf{l}^2 - \mathbf{s}^2].$$

Допълнителната енергия е

$$\Delta E_{lj} = -a(\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}) = -\frac{ah^2}{2} [j(j+1) - \mathbf{l}(\mathbf{l}+1) - s(s+1)].$$

За  $j = \mathbf{1} + 1/2$

$$E_{1j} = -\frac{ah^2}{2} \mathbf{1},$$

а за  $j = \mathbf{1} - 1/2$

$$E_{1j} = \frac{ah^2}{2} (\mathbf{1} + 1).$$

Нивото с  $j = \mathbf{1} + 1/2$  пада под нивото  $E_0 \sim \mathbf{1}$ , а това с  $j = \mathbf{1} - 1/2$  отива над нивото  $E_0$ , - разцепването е несиметрично спрямо  $E_0$ . Разстоянието между двете нива след разцепването е пропорционално на  $(2\mathbf{1} + 1)$ .

Нивото  $1g$  с  $j = 9/2$  (с  $2(9/2) + 1 = 10$  нуклеона) се спуска надолу и затова магичното число става 50 (вместо 40, както е без спин-орбитално взаимодействие). В следващия слой могат да се разположат нивата  $1h_{11/2}, 3s_{1/2}, 2d_{3/2}, 2d_{5/2}, 1g_{7/2}$  със съответно брой нуклеони  $12 + 2 + 4 + 6 + 8 = 32$ , които прибавени към 50 нуклеона от предишния слой ще дадат магичното число  $50 + 32 = 82$ , което е и правилното магично число.

Нивата за протони и неутрони са почти еднакви при леки ядра, но за по-тежки ядра, вследствие на асиметрия спрямо електромагнитното взаимодействие, те се отместват едни спрямо други.

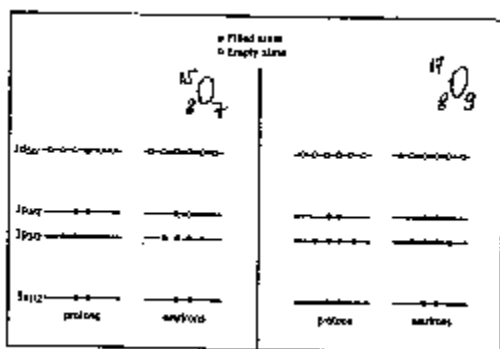
### Успехи на едночастичния модел

#### Спинове на ядра с неедноен нуклеон в основно състояние

$I = j$  на неедноения нуклеон (или ваканция в запълнен слой).

Пример:  $^{15}_8\text{O}_7$  и  $^{17}_8\text{O}_9$ . Деветият неутрон в  $^{17}_8\text{O}_9$  е на  $d_{5/2}$ . Измереният спин на  $^{17}_8\text{O}_9$  е  $I = 5/2$ .

В  $^{15}_8\text{O}_7$  не достига 1 неутрон до запълнена обвивка. Ваканция в ниво  $p_{1/2}$  и спинът трябва да е  $1/2$  - съответства на измерения спин.



Нивата на  $^{17}\text{O}$  и  $^{19}\text{O}$

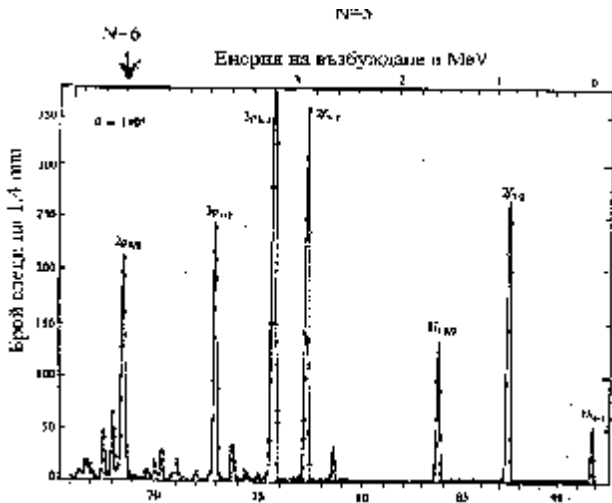
Пример 2 -  $^{59}_{27}\text{Co}_{32}$  - не достига протон на слоя  $Z = 28$  на ниво  $f_{7/2}$  - спинът на ядрото трябва да е  $7/2$ . Това се потвърждава експериментално.

#### Възбудени едночастични нива

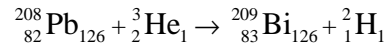
Първите възбудени състояния също намират обяснение в рамките на слоестия модел. Ако неедноеният нуклеон сменя орбитата си с най-близката възможна (незапълнена), ядрото

преминава в друго едночастично състояние - отчетливо се проявява около магичните ядра.

Пример : спектър на деутроните от реакцията  ${}^{208}_{82}\text{Pb} + {}^3_2\text{He}_1 \rightarrow {}^{209}_{83}\text{Bi}_{126} + {}^2_1\text{H}_1$ .



Енергетичен спектър на нееластично разсеяните деутроните от реакцията



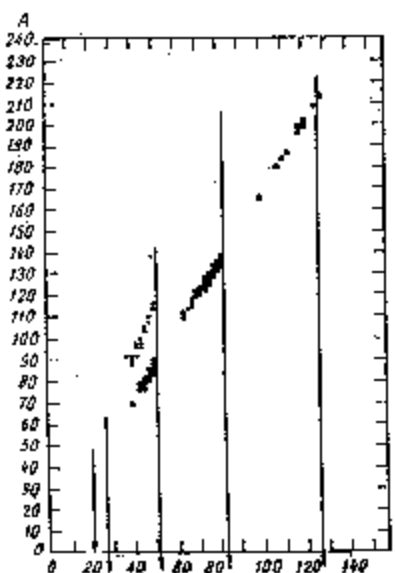
при ъгъл на регистриране  $\theta_{\text{лаб}} = 110^\circ$ .

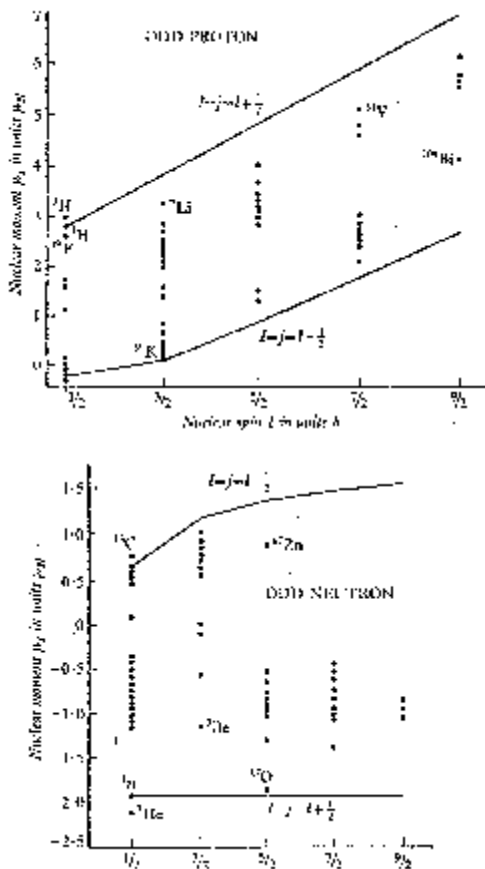
В реакцията между  ${}^3_2\text{He}_1$  и  ${}^{208}_{82}\text{Pb}_{126}$  един протон от  ${}^3_2\text{He}_1$  се захваща от оловото, образувайки  ${}^{209}_{83}\text{Bi}_{126}$  като  ${}^3_2\text{He}_1$  се превръща в деутерий ( ${}^2_1\text{H}_1$ ).  ${}^{209}_{83}\text{Bi}_{126}$  е във възбудено състояние, зависещо от орбиталата, на която се намира прехвърления протон. Измерва енергията на излъчения деутрон. От ЗЗЕ и ЗЗИ следва, че на всяко състояние на  ${}^{209}\text{Bi}$  ще съответства определена енергия на деутрона (в реакцията се получават 2 ядра). Всеки от пиковете в спектъра е свързан с реакция до дадено състояние на  ${}^{209}\text{Bi}$ . Най-ниската енергия на  ${}^{209}\text{Bi}$  съответства на състояние на деутрона с най-висока енергия – това е  $1h_{9/2}$ . Първите възбудени нива са  $2f_{7/2}$ ,  $1i_{13/2}$ ,  $2f_{5/2}$ ,  $3p_{3/2}$  и  $3p_{1/2}$ , и те съответстват на нивата на слоя  $N = 5$ . Вижда се и ниво  $g_{9/2}$ , съответстващо на първото ниво от слоя  $N = 6$ . Но се наблюдава разместване на нивата, очаквани от слоестия модел.

### Ядрена изомерия

„Острови” на изомеризъм - области в диаграмата  $A(N)$  с много на брой изомери - естествено обяснение в рамките на слоестия модел. При ядра с брой на протоните (или на неутроните) около 50, 82, 126 има близко разположени нива с голяма разлика в  $j$ . Първият „остров” на изомерни ядра се дължи на непосредствената близост на нивата  $g_{9/2}$  и  $p_{1/2}$  под запълнения слой 50, вторият остров – на близостта на нивата  $h_{11/2}$  и  $s_{1/2}$  под запълненото ниво 82 и третият остров при запълнено ниво със 126 неутрона – на близостта на нивата  $i_{13/2}$  и  $p_{1/2}$ .

Острови на изомеризъм





*Магнитни моменти (ограничен успех)*

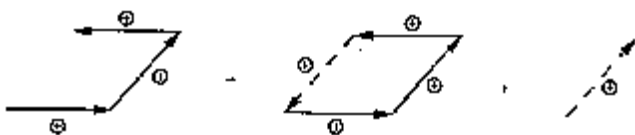
За ядра с нечетно  $A$  магнитният момент на ядрото се определя от магнитния момент на последния несдвоен нуклеон. Неговият магнитен момент трябва да се определи от орбиталния и спиновия му моменти.

*Моделът на Шмид* разглежда магнитния момент на ядра с нечетно  $A$ : магнитният момент на ядрото се определя от магнитния момент на последния несдвоен нуклеон, чийто магнитен момент трябва да се определи от орбиталния и спиновия му моменти.

Диаграми на Шмид – изчисленият магнитен момент на ядро с един несдвоен нуклеон: нечетен протон (горе) и нечетен неутрон (долу).

Шмид изчислява магнитните моменти на ядра с нечетно  $A$  при предположение, че той се дължи само на магнитния момент на несдвоения нуклеон. Опитните данни лежат върху линиите на Шмид само в редки случаи – когато има несдвоен нуклеон над запълнена „магична“ обвивка от нуклеони, напр.  ${}^3_2\text{He}_1$ ,  ${}^{19}_9\text{F}_{10}$ ,  ${}^{17}_8\text{O}_9$ . Останалите ядра имат стойности на магнитните си моменти между двете криви. Успехът е ограничен, съвпадение с изчисления магнитен момент има само в граничните случаи на нуклеон или дупка над магичен слой. Но във всички останали случаи *измерените магнитни моменти са между линиите на Шмид*.

Магнитният момент при един липсващ нуклеон от запълнен слой (дупка) е равен на магнитния момент на частица в същото място. Формално се добавят две частици с противоположни моменти, едната участва в комбинирането на моментите на четири частици със сумарен нулев момент, а втората частица ще определя момента на ядрото.

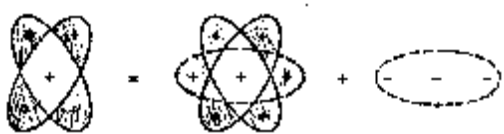


Схема, която показва качествено защо магнитният момент на дупка е равен на магнитния момент на частица.

*Квадруполни моменти (ограничен успех и провал с големите квадруполни моменти)*

Квадруполният момент на ядрото е равен на  $(3z^2 - r^2)$  на несдвоен нуклеон с максимална проекция по оста  $z$  ( $m_j^{\max} = +j$ ). Нека частицата е протон. Ако неговият момент е насочен максимално близо по оста  $z$ , орбитата му се намира в равнината  $xu$  и ядрото ще стане сплеснато ( $c < a$ ) с отрицателен квадруполен момент и големина  $Q_p = -\langle r^2 \rangle$ ,  $\langle r^2 \rangle$  е средната стойност на радиус-вектора на този протон. Квантовата-механика дава за квадруполния момент на единичен протон в състояние  $j$

$$\langle Q_p \rangle = -\frac{2j-1}{2(j+1)} \langle r^2 \rangle.$$



Схема, която показва качествено защо квадруполният момент на дупка е равна на квадруполния момент на частица с обратен знак.

„Дупка“ в запълнен слой дава квадруполен момент, равен и с обратен знак на квадруполния момент, дължащ се на частица в същия слой.

Частица (протон) над запълнен слой ще предизвика сплескване на ядрото, а протонна дупка в запълнен слой – издължаване.

	изч. $Q$	измерен $Q$			
		Единична частица	Единична дупка	Протон	неутрон
Състояние		Протон	неутрон	Протон	неутрон
$1p_{3/2}$	-0,013	-0,0366 ( ${}^7_3\text{Li}$ )		+0,041 ( ${}^{11}_5\text{B}$ )	+0,053 ( ${}^9_4\text{Be}$ )
$1d_{5/2}$	-0,036	-0,12 ( ${}^{19}_9\text{F}$ )	-0,026 ( ${}^{17}_8\text{O}$ )	+0,14 ( ${}^{27}_{13}\text{Al}$ )	+0,201 ( ${}^{25}_{12}\text{Mg}$ )
$1d_{3/2}$	-0,037	-0,083 ( ${}^{35}_{17}\text{Cl}$ )	-0,064 ( ${}^{33}_{16}\text{S}$ )	+0,056 ( ${}^{39}_{19}\text{K}$ )	+0,45 ( ${}^{35}_{16}\text{S}$ )
$d_{5/2}$	0,036	0,12 ( ${}^{19}_9\text{F}$ )	0,026 ( ${}^{17}_8\text{O}$ )	+0,14 ( ${}^{27}_{13}\text{Al}$ )	+0,201 ( ${}^{25}_{12}\text{Mg}$ )
$d_{3/2}$	0,037	0,083 ( ${}^{35}_{17}\text{Cl}$ )	0,064 ( ${}^{33}_{16}\text{S}$ )	+0,056 ( ${}^{39}_{19}\text{K}$ )	+0,45 ( ${}^{35}_{16}\text{S}$ )

Данни за изчислените измерените стойности на  $Q$  (по знак измерените съвпадат с изчислените).

Трудности:

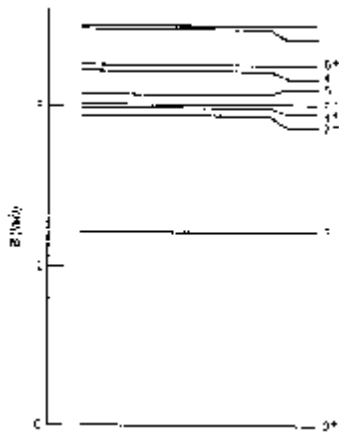
1) ненулев квадруполен момент при несдвоен неутрон. Неутрална частица на орбита над запълнен слой не би трябвало изобщо да дава квадруполен момент.



2) Основна трудност - ядрата с междинно запълване на нивата: при средни и тежки ядра квадруполните моменти са до 10 пъти по-големи от очакваните.

### Колективни модели

Възбудените състояния с ниска енергия на четно-четните ядра не могат да се обяснят със слоестия модел. Първото възбудено състояние  $2^+$  се намира на около 1 MeV над основното. Пример -  $^{130}_{50}\text{Sn}_{80}$  - магичен брой протони и липсват два нейтрона до запълване на слоя 82.



Нискоенергетичните нива на  $^{130}_{50}\text{Sn}_{80}$

Тези два нейтрона имат  $j = 11/2$ . Ядрото преминава във възбудено състояние, ако един от неговите несдвоени или „валентни“ нуклеони премине на свободно ниво с по-висока енергия. Несдвоени нейтрони могат да се получат само след разкъсване на двойка и преминаване на единия от тях на следващото свободно ниво. Но то се намира много по-високо от 1,2 MeV, колкото е първото възбудено ниво на  $^{130}_{50}\text{Sn}_{80}$ .

Може да се допусне разкъсване на двойка в по-долно ниво, напр. от  $s_{1/2}$ , и единият нейтрон отива на свободното ниво  $h_{11/2}$ . Тогава сумарният момент от двата нейтрона  $j_1 + j_2$  има възможни стойности  $(11/2) - (1/2) = 5$  или  $(11/2) + (1/2) = 6$ .

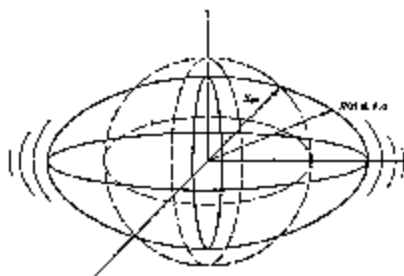
Друга възможност е да се разкъса двойка от още по-долния подслой  $d_{3/2}$  и пак едната частица да отиде в нивото  $h_{11/2}$  - сумарният момент може да бъде от 4 до 7. Нивата  $s$  и  $d$  имат положителна четност, а нивото  $h$  - отрицателна, всички възбудени нива трябва да са с отрицателна четност. Такива нива има при около 2 MeV. Но това са изкуствени комбинации и нивото  $2^+$  би било изключение само за  $^{130}\text{Sn}$ .

Но почти всички четно-четни ядра имат подобна структура на възбудените нива!!!

Еднакви за много ядра свойства, които не могат да се обяснят с възбуждания на няколко „валентни“ нуклеона. Обясняват се с движения на ядрата като цяло, т.нар. *колективни степени на свобода*.

Движения на „ядката“ от запълнени слоеве:

- 1) вибрации на сферичните ядра (първите възбудени нива)
- 2) ротация при деформираните ядра.



### Вибрации на ядрената материя

За  $A < 150$  колективните степени на свобода са вибрации около равновесната сферична форма. В рамките на капковия модел повърхността на ядрото се представя с

$R(t) = R_0 [1 + \alpha_{\lambda\mu}(t) Y_{\lambda}^{\mu}(\theta, j)] - \alpha_{\lambda\mu}(t)$  са зависещи от времето коефициенти,  
 $Y_{\lambda}^{\mu}(\theta, j)$  - сферичните функции.  $\alpha_{\lambda\mu}$  не са напълно независими, тъй като симетрията на отражение изисква  $\alpha_{\lambda\mu} = \alpha_{\lambda(-\mu)}$  при предположение за несвиваемост на ядрената материя.  
 Функциите  $Y_{\lambda}^{\mu}(\theta, j)$  за  $\lambda = 0, 1, 2$  са следните

$$\begin{aligned}
 I = 0 & \quad Y_0^0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \\
 I = 1 & \quad Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta & \quad Y_1^{\pm 1} = \mathbf{m} \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{\pm ij} \\
 I = 2 & \quad Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3\cos^2\theta - 1) & \quad Y_2^{\pm 1} = \mathbf{m} \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \cos\theta \sin\theta e^{\pm ij} \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad Y_2^{\pm 2} = \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2\theta e^{\pm 2ij}
 \end{aligned}$$

За  $\lambda = 0$  и при  $\alpha_{00} = a_0 \cos(\omega t)$  се получава  $R(t) = R_0 [1 + a_0 \cos(\omega t)]$  – ядрото запазва сферичната си симетрия, само радиусът му се изменя синусоидално с времето. Тази „мода на вибрация“ се нарича „дишане“ и отговаря на свиване на ядрената материя – свързано е с енергия над 10 MeV.

При  $\lambda = 1$  (диполна мода)  $\alpha_{10} = a_0 \cos(\omega t)$

$$R(t) = R_0 \left[ 1 + a_0 \cos(\omega t) \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta \right]$$

Това са осцилации на центъра на ядрото около равновесното положение. Точките с  $\theta = \pm \pi/2$  върху повърхността на ядрото остават неподвижни. Ако всички протони се изместват в едната страна, а неутроните – в другата - „гигантски диполен резонанс“ наблюдава се при енергии над 10 MeV. Тези два случая не представляват интерес за обяснение на нивата  $2^+$  при около 1 MeV.

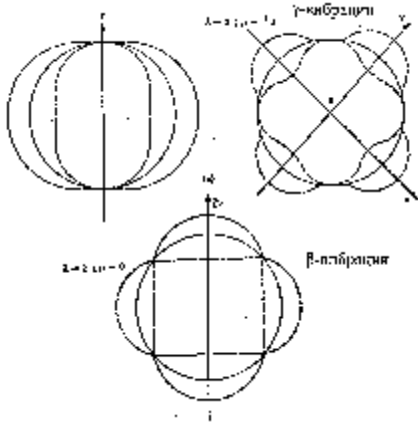
Квадруполна мода на вибрация с  $\lambda = 2$ .

При  $\alpha_{20} = a_0 \cos(\omega t)$  радиусът на ядрото се изменя с времето според израза

$$R(t) = R_0 \left[ 1 + a_0 \cos(\omega t) \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3\cos^2\theta - 1) \right]$$

Неподвижни остават 4 точки като сферичното ядро ту се сплесква, ту се издължава.

Повърхността на деформираните ядра също може да вибрира.  $\beta$ -вибрации и  $\gamma$ -вибрации (квадруполни). При  $\beta$ -вибрациите се изменя дългата ос на ротационния елипсоид, параметъра на деформация  $\beta$ , и колебанието е по напречна посока на главната ос на елипсоида. При  $\gamma$ -вибрациите се изменя т.нар. параметър на неаксиалност  $\gamma$ , отчитащ отклонението на формата на ядрото от аксиалната симетрия. При тези вибрации промяната във формата на ядрото става в равнината  $xy$ , а дългата ос на ротационния елипсоид остава



неизменна. Тези два вида вибрации са характерни и за сферичните ядра. При  $\lambda = 2$  има две стойности на  $\mu$ :  $\mu = 0$  за  $\beta$ -вибрациите и  $\mu = 2$  за  $\gamma$ -вибрациите.

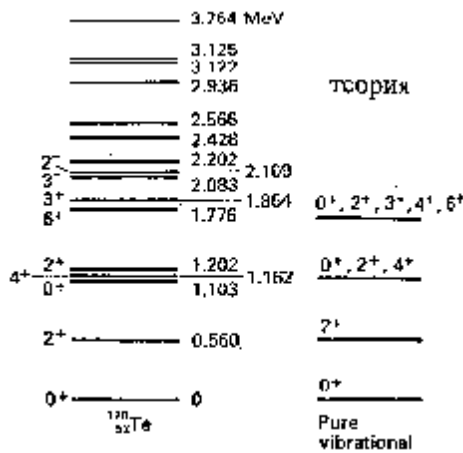
Двата вида квадруполни вибрации.  $\beta$ -колебанията са при опъване и свиване по полярната ос, а  $\gamma$ -колебанията стават при неподвижни полюси и пренос на материя към екватора.

Възбужданията от вибрация на ядрото - *фонони*. Енергията на фононите е  $\hbar\omega$ . Всеки фонон представлява бозон (цял спин) и при квадруполните вибрации той отнася момент  $2\hbar$ . Енергията на състоянието, построено чрез квадруполните фонони е

$$E = \hbar\omega \sum_{m=-2}^{+2} \left( n_{\mu} + \frac{1}{2} \right) \quad \text{или} \quad E = \hbar\omega \left( N + \frac{5}{2} \right),$$

$N = \sum n_{\mu}$  дава броят на фононите.

За четно-четните ядра първото възбудено състояние от квадруполна вибрация отговаря на еднофононно възбуждане с промяна на спина с 2 и с положителна четност, тъй като  $\pi = (-1)^{\lambda}$ . Второто възбудено състояние се получава с излъчване на *два фонона* и трябва да се намира на двойно по-висока енергия. В отсъствие на остатъчно взаимодействие това състояние е изродено. Спинът на това ниво се получава от сумиране на моментите на двата фонона, и възможностите са от  $|2-2|$  до  $2+2$ , т.е.  $0^+, 1^+, 2^+, 3^+$  и  $4^+$ . Вълновата функция на състоянието е *симетрична*. Така възможностите 1 и 3 отпадат и остават само  $0^+, 2^+$ , и  $4^+$ .



Изчислените и измерени нива на възбуждане на ядрото  $^{120}_{52}\text{Te}_{72}$ .

Вибрационният модел предсказва добре най-ниско лежащите възбудени нива на това сферично ядро. Нивата от двуфононното възбуждане са няколко: това означава наличие на остатъчно взаимодействие, което сменя израждането.

### Ротация на деформирани ядра

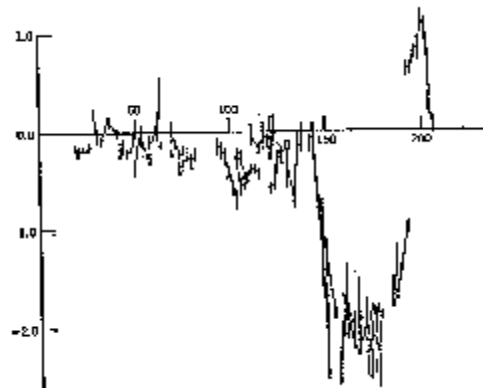
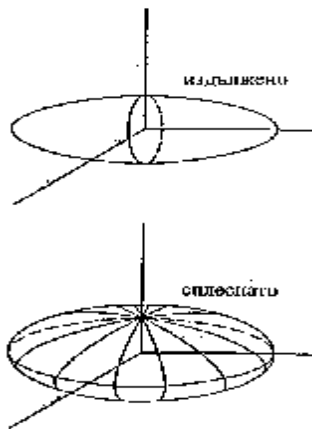
Деформираните ядра имат допълнителна степен на свобода – въртене около ос, отлична от оста на симетрия на ядрото.

*Експериментални данни за деформация на ядрата*

Необикновено високи квадруполни моменти в областите  $150 < A < 190$  и  $A > 220$  имат - указание за силно отклонение на формата им от сферична. За деформираните ядра, предполагайки форма на ротационен елипсоид с голяма и малка полуоси  $c$  и  $a$ , се въвежда параметър на деформацията  $\beta = \Delta R/R_0$ . Издължените ядра имат положителен квадруполен момент, а сплеснатите – отрицателен. Но когато издължено ядро се върти около ос, минаваща по равнината на симетрия на елипсоида, в лабораторната координатна система то ще изглежда като сплеснато и спектроскопичният квадруполен момент ще бъде отрицателен. Връзката между спектроскопичния и собствения квадруполни моменти е

$$Q = Q_0 \frac{3K^2 - I(I+1)}{(I+1)(2I+3)}$$

За  $K = I = 2$  спектр. кв. момент е  $Q = -(2/7)Q_0$ . За ядра със стабилна деформация ( $150 < A < 190$ )  $Q = -2b$  (фигурата!). Тогава  $Q_0 = +7b$  и коефициента на деформация е  $b = 0,29$  – такива ядра имат разлика в двете полуоси около 0,3 – не е „слабо отклонение“ от сферичната форма!

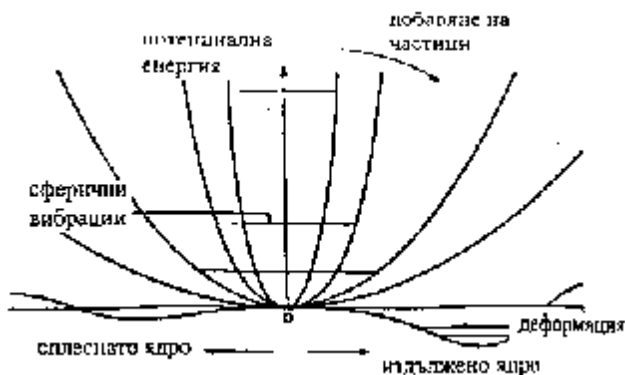


Въртене на ротационен елипсоид около ос, минаваща по равнината на симетрия.

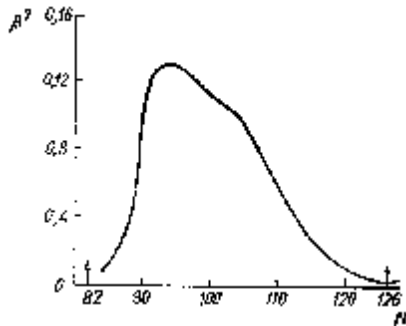
Данни за спектроскопичния квадруполен момент на ядрата в нивото  $2^+$

При добавяне на нуклеони отклонението от сферична форма е малко - предизвиква вибрации на ядрото. При малка деформация в четно-четните ядра има колебания около равновесната сферична форма - нивата на хармоничния осцилатор са далеч едно от друго. При по-големи деформации, предизвикани от добавяне на още нуклеони, осцилаторните нива

се сближават с разширяване на „параболата“ на потенциалната енергия. Но добавяне на още нуклеони предизвиква рязка промяна в потенциалната енергия – стабилна става формата с постоянна деформация. Деформираните ядра могат да притежават и вибрационна степен на



свобода – вибрации на деформираната повърхност, но основното е *ротацията*, проявяваща се с ротационни ивици.



Зависимост на параметъра  $\beta^2$  от броя на неутроните в областта  $82 < N < 126$

### Ротационни нива

Кинетичната енергия на въртящо се тяло е  $E_R = \frac{J_{\text{eff}} \omega^2}{2} = \frac{\mathbf{I}^2}{2J_{\text{eff}}}$ ,  $J_{\text{eff}}$  е ефективният инерчен момент на ядрото,  $\omega$  – ротационната честота, а ъгловият (в случая ротационния) момент е  $\mathbf{I} = J_{\text{eff}} \omega$ . В квантовата-механика собств. ст. на ъгловия момент е  $\mathbf{h}^2 R(R+1)$  - кв. число на ъгловия момент  $\mathbf{I}$  е означено с  $R$  - *ротационно квантово число*. Тогава

$$E_R = \frac{\mathbf{h}^2}{2J_{\text{eff}}} R(R+1).$$

С увеличаване на  $R$  се добавя ротационна енергия на ядрото и възбудените ядрени състояния съответстват на *ротационна ивица*. Основното състояние на *четно-четните* ядра е винаги  $0^+$ , а симетрията на ядрата спрямо отражение ограничава възможните стойности на  $R$  да бъдат само *четни*. Въжда се ротационна константа

$$C_{\text{rot}} = \frac{\mathbf{h}^2}{2J_{\text{eff}}}.$$

Енергията на последователно възбудени при ротацията състояния ще бъде

$$E(0^+) = 0; E(2^+) = 6 C_{\text{rot}}; E(4^+) = 20 C_{\text{rot}}; E(6^+) = 42 C_{\text{rot}}; E(8^+) = 72 C_{\text{rot}}; \dots$$

ИЛИ

$$E(2^+): E(4^+): E(6^+): E(8^+): E(10^+) = 1:3,3(3):7:12:18,3(3): \dots - \text{правило на интервалите}$$

...

10<sup>+</sup> ————— 15,5

8<sup>+</sup> ————— 10,64

6<sup>+</sup> ————— 5,14

4<sup>+</sup> ————— 2,93

2<sup>+</sup> ————— 1,51

0<sup>+</sup> ————— 0

1 10000 0,010

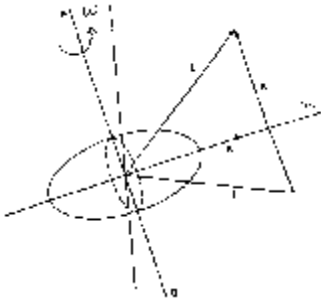
Ротационен спектър на  $^{164}\text{Er}$ . Първото възбудено състояние  $2^+$  е с енергия 91,4 keV, откъдето  $C_{\text{rot}} = 15,2$  keV.

Следващите енергетични нива, изчислени според правилото на интервалите, ще бъдат  $E(4^+) = 20 \cdot 15,2 = 305$  keV (299,5 keV),  $E(6^+) = 42 \cdot 15,2 = 640$  keV (614,4 keV),  $E(8^+) = 72 \cdot 15,2 = 1097$  keV (1024,6 keV),  $E(10^+) = 110 \cdot 15,2 = 1672$  keV (1518,1 keV), ... Числата в скобите показват измерената за това ядро енергия за съответното

ниво.

От сравнение на изчислените (неизменна  $C_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{2J_{\text{eff}}}$ ) с измерените стойности на енергиите се вижда доста добро съвпадение, но има и систематично отклонение, увеличаващо се с нарастване на ротационното квантово число. Обяснение - ядрото  $^{164}\text{Er}$  не е твърд ротатор, с увеличаване скоростта на въртене инерчният момент расте, става „опъване” на ядрото по дължината му.

Инерчният момент на ротационен елипсоид за два гранични случая: твърд ротатор и идеален флуид (тяло със същата форма). За  $A = 170$  и предположение за твърд ротатор  $C_{\text{rot}} \sim 6 \text{ keV}$ , а запълнен с течност  $C_{\text{rot}} \sim 90 \text{ keV}$ . Измерената  $C_{\text{rot}}$  е  $15,2 \text{ keV}$  - 2-3 пъти по-малък инерчен момент от този на твърдо тяло, но и 5-6 пъти по-голям от този на течно тяло (с неговите форма и размери)



Деформирано ядро, въртящо се около оста  $u$  с ъглова скорост  $\omega$ .

Ядро с ненулев спин  $j$  в състоянието, от което започва ротационната ивица. Сумарният момент на ядрото ще бъде  $\mathbf{I} = \mathbf{j} + \mathbf{R}$ . Измерва се не самият момент  $\mathbf{j}$ , а неговата проекция по оста  $z$ ,  $j_z$ . Нека  $j_z = \hbar K$ . От схемата се вижда

$$|\mathbf{R}|^2 = |\mathbf{I}|^2 - j_z^2 = \frac{\hbar^2}{2J_{\text{eff}}} [I(I+1) - K^2]$$

За ядро с неедноен нуклеон в основно състояние  $K$  е проекцията на неговия момент по оста  $z$ .

$-K^2 \left( \frac{\hbar^2}{2J_{\text{eff}}} \right)$  е един и същ член за всички нива в ивицата - няма да промени относителното разстояние между нивата. За четно-четни ядра резултатът е рот. ивица, построена върху възбудено ниво.

При  $A$  е нечетно има неедноен нуклеон и симетрията е нарушена - не може да се очакват само четни спинове за нивата в една ротационна ивица, а  $K, K+1, K+2, K+3, \dots$ , всички те са полуцели ( $K$  е полуцяло), а четността на всички състояния ще бъде като тази на неедноения нуклеон. Ако неговата четност е отрицателна, цялата ротационна ивица, построена върху това състояние ще бъде с отрицателна четност.

При деформираните ядра има и свръхдеформирани състояния с отношение на главните полуоси на ядрото до 2:1 - поведение на твърд ротатор с еквиливантност на  $\gamma$ -линиите в

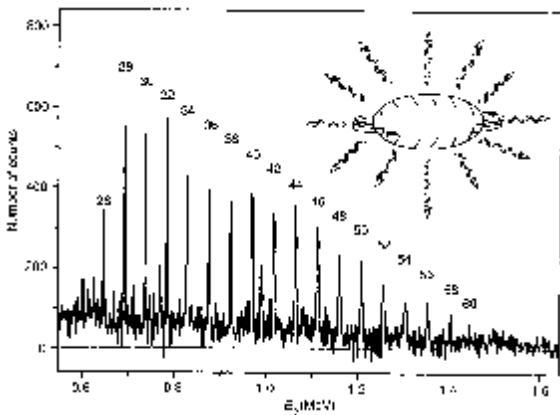
спектъра. Енергията на  $\gamma$ -лъчите е

$$E_{\gamma} = E_{R+1} - E_{R-1} = \frac{\hbar^2}{2J_{\text{eff}}} [(R+1)(R+2) - (R-1)R] = 2C_{\text{rot}}(2R+1),$$

а разстоянието между 2 съседни  $\gamma$ -линии ще бъде при  $\Delta R = (R+1) - (R-1) = 2$

$$\Delta E_{\gamma} = 2C_{\text{rot}} [2(R+1) + 1 - 2(R-1) - 1] = 8C_{\text{rot}}$$

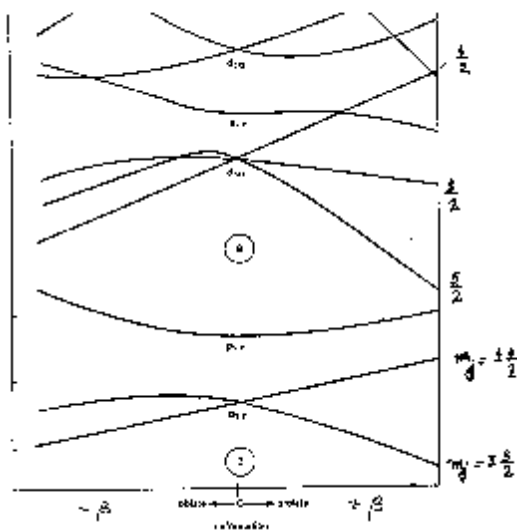
- разстоянието между две съседни  $\gamma$ -линии в ротационната ивица е постоянно.



Експериментално наблюдаване на ротационна ивица в супердеформираното ядро  $^{152}\text{Dy}$

### Понятие за обобщени модели. Диаграми на Нилсън.

Едночастични състояния, движещи се в средния деформиран ядрен потенциал - нивата вече няма да са същите като при сферично симетричен потенциал.



Диаграми на Нилсън, показващи енергетичните нива в зависимост от деформацията. По абсцисната ос е нанесена деформацията

Диаграми на Нилсън - кривите дават енергията на дадено ниво в зависимост от деформацията. С нарастване на деформацията нивата не само се разцепват, но се приближават и смесват. Положителните деформации са за издължените (prolate) ядра, а отрицателните – за сплеснатите (oblate). При сферично-симетричен потенциал има израждане на нивата по магнитното квантово число  $m_j$ . Това израждане сега се сменя -

остава само двукратно израждане, дължащо се на симетрията спрямо равнината  $xz$  на деформираното ядро - нивата с  $+m_j$  и  $-m_j$  ще имат една и съща енергия. Четността на нивата ще се определя от орбиталното квантово число  $l$ : нивата с четно  $l$  ( $s, d, \dots$ ) са с положителна

четност, а тези с нечетно  $\mathbf{1}$  ( $p, f, \dots$ ) – с отрицателна.