

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НА ЗАРЕДЕНИ ЧАСТИЦИ С ВЕЩЕСТВОТО

### I. ОБЩИ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯТА

Заредените частици, с които се занимава експерименталната ядрена физика на ниските енергии са:

<b>леки:</b> електрони ( $e^-$ ) ; позитрони ( $e^+$ )	конверсионни електрони
$0 \div 2 - 3 \text{ MeV}$ ; $\beta$ -разпад	десетки keV $\div$ 1 - 2 MeV
непрекъснат спектър	линеен спектър
<b>тежки:</b> алфа-частици ( $\alpha$ ) ;	фрагменти на делене (ff)
$4 \div 8 \text{ MeV}$ ; $\alpha$ -разпад	$2 \times 100 \text{ MeV}$ ; спонтанно делене
линеен спектър	"линеен" спектър

Най-съществено значение за тях има прякото взаимодействие с електронната обвивка на атома. **Йонизационни загуби на енергия** - сечението за тях е много по-голямо в сравнение с всички загуби (взаимодействия).

#### Специфични изисквания:

**а/. Вакуум** - пренасянето на частицата от източника до детектора (без загуба на енергия) се извършва във вакуум - вакуумна камера.

**б/. Източници** - те трябва да бъдат "тънки", спектрометрични, **без самопоглъщане** в източника, без носител. Приготвянето на такива източници е изкуство. Има разработени много методи за това.

**в/. Детектори** - цялата пренесена до детектора енергия трябва да се отделя в чувствителния обем. Това предявява особени изисквания към "мъртвия слой" - входящия прозорец на детектора - възможно най-тънък.

### II. ТЕЖКИ ЗАРЕДЕНИ ЧАСТИЦИ (АЛФА)

## 1. Йонизационни загуби

Частича със заряд  $ze$ , маса  $M$  и скорост  $V$  взаимодейства кулоновски с атомните електрони. При това тя не променя посоката на движение. Въвеждаме понятието специфична загуба на енергия  $dE/dx$  [MeV/cm]. Първата формула на Бете (за нерелативистки тежки частици):

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{4\pi e^2 (ze)^2}{m_e V^2} n_e \ln \frac{2m_e V^2}{\bar{I}}$$

където:  $e$  - елементарен заряд;  $m_e$  - маса на електрона;  $n_e$  - брой на електроните

$$n_e = \frac{N_A}{A} \rho Z$$

на  $1 \text{ cm}^3$  от средата:

$A$  - масово число;  $\rho$  - плътност;  $Z$  - атомен номер на средата;  $\bar{I}$  - среден йонизационен потенциал на атома от веществото.  $\bar{I}$  се определя експериментално.

$\bar{I} = 13,5.Z$  [eV] - среден йонизационен потенциал

елемент	$\bar{I}$ [eV]	$Z$	$A$	$Z/A$	$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]
He	64	2	4	0,5	$1,78 \cdot 10^{-4}$
C	78	6	12	0,5	2,3
Al	166	13	27	0,48	2,7
Cu	371	29	63,5	0,46	9,0
Pb	1071	82	207	0,4	11,3
въздух	94	7,2	14	0,5	$1,22 \cdot 10^{-3}$

Един по-точен запис на формулата на Бете за частици, по-тежки от електрона:

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{2\pi e^4}{m_e c^2} \frac{z^2}{\beta^2} \frac{N_A}{A} \rho \bar{Z} \left[ \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 W_m}{I^2 (1-\beta^2)} - 2\beta^2 - \delta - U \right]$$

където:  $\beta = v/c$  за частицата ;

$$\beta^2 = \frac{2T}{Mc^2}$$

**M** - маса на частицата (**M** >> **m<sub>e</sub>**); **T** - кинетична енергия на частицата ; **z** - заряд на частицата ;

$$W_m = \frac{2m_e c^2 \beta^2}{1-\beta^2} \approx 2m_e c^2 \frac{2T}{Mc^2}$$

**W<sub>m</sub>** - максимална енергия, която може да бъде предадена на електрона при един акт на взаимодействие на частицата; **δ** - малка поправка, зависеща от плътността; **U** - поправка за енергия на свързване на **K** и **L** електроните в атома; **I** - среден йонизационен потенциал на атомите на поглъщащата среда.

#### Някои очевидни зависимости:

**a/.  $dE/dx \sim z^2$**  - специфичните йонизационни загуби зависят силно (квадратично) от заряда на падащата частица. За  $\alpha$ -частици  $z^2 = 4$  ; за протони  $z^2 = 1$  ; за фрагментите на делене  $z_{\text{eff}} \approx 20$  и  $z^2 = 400$  поради това, че те "изтръскват" част от електроните си. Фрагментите имат огромни йонизационни загуби. Формулата не отчита възможното изменение на **z** в края на пробега - захват на електрони от средата.

**б/.  $dE/dx \sim 1/v^2$**  - йонизационните загуби зависят от скоростта на частицата, а не зависят от масата на частицата. При намаляване на **v** в края на пробега йонизационните загуби на единица път (зависимост  $1/v^2$ ) нарастват. В самия край на пробега те рязко намаляват поради това, че логаритмичния множител бързо клони към нула. Частици с еднакъв заряд и скорост имат еднакви йонизационни загуби (но различни енергии). Ако се сравнят **dE/dx** при еднакви енергии и еднакви заряди, ще се появи зависимост от масата.

в/.  $dE/dx \sim \rho$  - йонизационните загуби са пропорционални на плътността на средата. Често в таблиците вместо  $dE/dx$  [MeV/cm] се дава величината:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \left[ \frac{\text{MeV}}{\text{g/cm}^2} \right]$$

и пробегът се мери в  $[\text{g/cm}^2]$

## 2. Пробег на тежки заредени частици. Крива на Бряг

Формулата на Бете при въвеждане на кинетичната енергия на частицата може да се запише като:

$$-\frac{dT}{dx} = \frac{4\pi e^4 N_A}{m_e c^2} \frac{z^2 M c^2}{2T} \frac{\bar{Z}}{A} \rho \left[ \ln \frac{2m_e c^2}{I \cdot 10^{-6}} \frac{2T}{M c^2} \left( \frac{1}{1 - \frac{2T}{M c^2}} \right) - \frac{2T}{M c^2} \right]$$

Като имаме предвид, че  $e^2 = \alpha \hbar c = 1,445 \cdot 10^{-13} [\text{MeV} \cdot \text{cm}]$ ;  $e^4 = 2,089 \cdot 10^{-26} [\text{MeV}^2 \cdot \text{cm}^2]$

$$-\left(\frac{dT}{dx}\right)_{\text{ион}} \approx 0,308 \frac{z^2 M c^2}{2T} \frac{\bar{Z}}{A} \rho \left[ \ln \frac{1,022 \cdot 10^6}{I} \frac{2T}{M c^2} \right] \left[ \frac{\text{MeV}}{\text{cm}} \right]$$

където:  $T$  и  $M c^2$  са в [MeV];  $I$  е в [eV];  $\rho$  е в  $[\text{g/cm}^3]$ ;  $z, Z, A$  - безразмерни.

**За въздух:**  $I = 94 \text{ eV}$ ;  $Z/A = 0,5$ ;  $\rho = 1,22 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ ;  $dE/dx$  е в [MeV/cm]:

	$T = 1 \text{ MeV}$	$T = 5 \text{ MeV}$	$T = 10 \text{ MeV}$	$T = 100 \text{ MeV}$
<b>протони</b> $z^2 = 1$ $M c^2 = 938 \text{ MeV}$	0,28	0,084	0,048	-
<b><math>\alpha</math>-частици</b> $z^2 = 4$ $A = 4$ $M c^2 = 4 \times 938 \text{ MeV}$	2,48	0,95	0,57	-
<b>фрагменти</b> $z^2 = 400$ $A = 112$ $M c^2 = 112 \times 938 \text{ MeV}$	не работи	27	287	120

**За олово (Pb):  $I = 1071 \text{ eV}$ ;  $Z/A = 0,4$ ;  $\rho = 11,3 \text{ g/cm}^3$**

	<b>T = 1 MeV</b>	<b>T = 5 MeV</b>	<b>T = 10 MeV</b>
<b><math>\alpha</math>-частици</b>	не работи	1950	1700

Може грубо да се оцени, че във въздуха  $\alpha$ -частиците от естествените  $\alpha$ -лъчители ще имат пробези от порядъка на няколко сантиметра, а фрагментите - по-малко от 1 cm (за  $T \approx 100 \text{ MeV}$ ). Но плътността на въздуха е твърде малка. За кондензирана материя (твърдо тяло, течност)  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$  и йонизационните загуби стават на около 3 порядъка по-големи. В този случай пробезите на естествените  $\alpha$ -лъчители са от порядъка на десетки  $\mu\text{m}$ .

Известно е, че тежките заредени частици имат добре определен пробег (с известен статистически разброс - страглинг). Тъй като  $dT/dx = f(T)$ , то намирането на пълния пробег  $R_0$  се свежда до:

$$R_0 = \int_0^{T_0} \frac{dT}{f(T)}$$

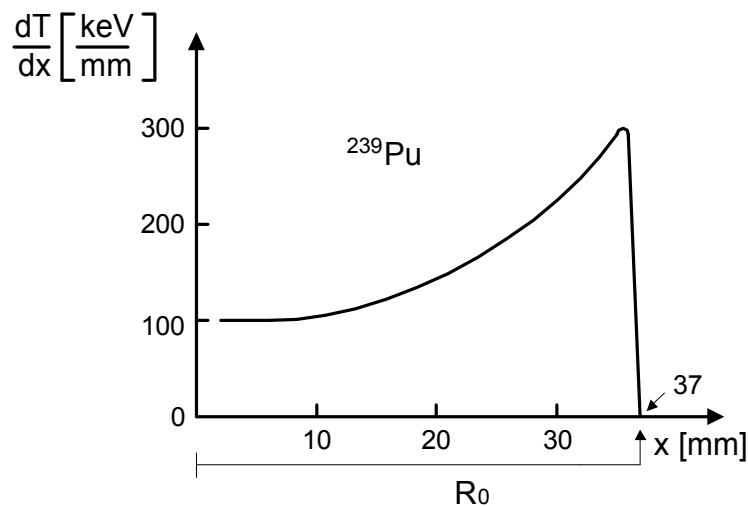
където  $T_0$  е началната енергия на частицата

За съжаление, не може да се получи в аналитичен вид  $R_0(T_0) = \varphi(T_0)$ , т.е. пробега като функция на началната енергия на частицата. Една приближена формула за пробега на  $\alpha$ -частици във въздух (при нормални условия) е:

$$R = 0,318 T_\alpha^{3/2} \quad (R \text{ в [cm]}, T_\alpha \text{ в [MeV]})$$

За 5,150 MeV  $\alpha$ -частици на  $^{239}\text{Pu}$ , с който ще работите в лабораторията по Експериментална ядрена физика,  $R = 3,7 \text{ cm}$ .

Зависимостта на  $dT/dx$  от пробега на  $\alpha$ -частиците в средата е известна като **крива на Бряг**.



Фиг.20. Поведение на специфичните йонизационни загуби в зависимост от пробега на  $\alpha$ -частици от  $^{239}\text{Pu}$  (крива на Бряг).

Тази зависимост лесно може да бъде построена експериментално, като с полупроводников детектор се мери остатъчната енергия на  $\alpha$ -частиците след изминаване на определен път във въздуха (изменя се разстоянието източник - детектор) и се работи с крайни разлики  $\Delta T/\Delta x$ . За  $^{239}\text{Pu}$  -  $T_0 = 5,15$  MeV;  $R_0 = 3,7$  cm; начални загуби  $dT/dx \approx 1$  MeV/cm  $\approx 100$  keV/mm, към края на пробега те нарастват силно - до 300 keV/mm.

### 3. Делта - електрони ( $\delta$ )

При движение на тежка заредена частица в среда е възможно предаването на значителна енергия на електрон от средата ("централен" удар на частица с атомен електрон), т.е. **разсейване** на тежка частица върху свободен електрон:

$$T_e = \frac{4m_e M}{(M + m_e)^2} T \cos^2 \varphi$$

$\varphi$  - ъгъл на избития електрон спрямо посоката на частицата. За  $\varphi = 0$  (избиване

$$T_e^{\max} = \frac{4m_e M}{(M + m_e)^2} T \approx 2m_e c^2 \frac{2T}{Mc^2}$$

напред),  $T_e$  е максимална:

За 5 MeV  $\alpha$ -частици  $T_e^{\max} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ MeV} = 2,7 \text{ keV}$ . Тъй като енергията на  $\delta$ -електроните е по-висока от средния йонизационен потенциал  $I$ , те от своя страна могат да предизвикат йонизация. Особено добре се наблюдават  $\delta$ -електроните в следите на  $\pi$ -мезони в мехурчеста камера (упражнение "п -  $\mu$  - е експеримент" в лабораторията ЕЯФ), тъй като за  $\pi$ -мезона ( $Mc^2 = 140 \text{ MeV}$ ) отношението

$$\frac{4m_e c^2}{Mc^2} = 0,0146$$

- много по-голямо от това за  $\alpha$ -частици. За 10 MeV  $\pi$ -мезон  $T_e^{\max} = 146 \text{ keV}$ .

По максималната енергия на  $\delta$ -електроните може да се оценява енергията на тежката частица (когато е известна енергията на покой). Трябва да се отбележи, че вероятността за получаване на  $\delta$ -електрони с максимална енергия е много по-малка от вероятността за обикновена йонизация.

#### 4. Ръдърфордско разсейване

Като физическо явление това е **пъргаво разсейване** на тежка заредена частица върху ядро от средата. Осъществява се посредством кулоново взаимодействие. При Ръдърфордското разсейване  $\alpha$ -частицата практически **не променя енергията си** (за тежки ядра на разсейвателя). Ефективното диференциално сечение за разсейване върху тежки атоми на ъгъл  $\theta$  в пространствен ъгъл  $d\Omega$  :  
( $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$ )

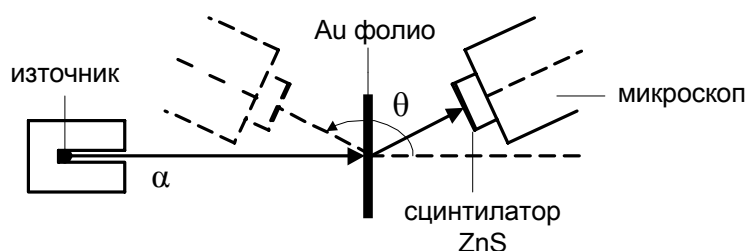
$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \left( \frac{Zze^2}{MV^2} \right)^2 \frac{1}{4 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \text{ [cm}^2/\text{at на стерадиан]}$$

където:  $z$  - заряд на тежката частица;  $MV^2 = 2T$  - кинетична енергия на частицата;  $Z$  - заряд на разсейващото ядро. В случая на  $\alpha$ -частици получаваме известната **формула на Ръдърфорд** (получена в 1911 година):

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \left( \frac{Ze^2}{E} \right)^2 \frac{1}{4 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Именно тя е проверявана в опита на Гайгер и Марсден, като:

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \sin^4 \frac{\theta}{2} = \text{const}$$



Фиг.21. Опит на Гайгер – Марсден – Ръдърфорд.

За ъгли от  $15^\circ$  до  $150^\circ$  скоростта на броене се изменя от  $1,3 \cdot 10^5$  до 30 (по сцинтилациите на око в тъмна стая).

Малките ъгли на разсейване не са интересни - те могат да бъдат обяснени и в рамките на **Томсоновия модел на атома** (където положителния заряд е размазан по целия атом). Разсейването на  $\alpha$ -частиците на големи ъгли навежда Ръдърфорд на мисълта за планетарния модел на атома, в който цялата маса и положителен заряд е съсредоточена в много малък обект вътре в атома - **ядро**.

#### Сечения за Ръдърфордовско разсейване:

Сечение за разсейване на ъгъл, по-голям от  $\theta$  (чрез интегриране на  $d\sigma(\theta)$  по  $\Omega$  ( $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$ ):

$$\sigma(\theta) = \frac{\pi e^4 Z^2 z^2}{4T^2} \cotg^2 \frac{\theta}{2} \quad [\text{cm}^2/\text{ядро}]$$

Вероятността за разсейване на ъгъл, по-голям от  $\theta$  на 1 cm пробег на частицата:

$$W = N_{\text{я}} \sigma(\theta) = \frac{\pi e^4 Z^2 z^2 N_A}{4T^2 A} \rho \cotg^2 \frac{\theta}{2} \quad [\text{разс./cm}]$$

$(N_A/A)\rho$  - ядра на  $1 \text{ cm}^3$ ;  $Z/A = \text{const}$ , така че  $W \sim Z$

За **1 MeV  $\alpha$ -частица**:  $W(T) = 0,022$  [разс./cm], т.е. по-малко от 1 разсейване на 45 cm пробег, за ъгъл  $> 10^\circ$ .



За **5 MeV  $\alpha$ -частица**:  $W(T) = 8,8 \cdot 10^{-4}$  [разс./см], т.е. 1 разсейване на 300 частици, при пробег 3,7 см за ъгъл  $> 10^0$ .

Вероятността за Ръдърфордовско разсейване **нараства с намаляване** на енергията в края на пробега (редки събития).

Известно е, че  $\alpha$ -частиците в един акт на йонизация губят около 35 eV. За 5 MeV  $\alpha$ -частици във въздух имаме около  $1,4 \cdot 10^5$  взаимодействия, т.е. около  $4 \cdot 10^4$  йони/см. За Ръдърфордовското разсейване - около  $9 \cdot 10^{-4}$  разс./см, или:

$$\frac{\text{сечение за йонизация}}{\text{сечение за Ръдърфорд}} \sim 4 \cdot 10^7 \sim \frac{R_a^2}{R_r^2}$$

### III. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НА ЕЛЕКТРОНИ С ВЕЩЕСТВОТО

За съжаление, при електроните не можем да използваме нерелативистко приближение. Но тяхното взаимодействие с веществото предлага някои типични релативистки ефекти, които при тежките заредени частици могат да се наблюдават само при твърде високи енергии (например ефект на Черенков).

#### 1. Йонизационни загуби на електрони

Вместо формулата на Бете се предлага формулата на Бете-Блох и Бор за специфичните йонизационни загуби на енергия:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi e^4 n_e}{m_e V^2} \left[ \ln \frac{m_e V^2 T_e}{2 I^2 (1-\beta^2)} - (\ln 2) (2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) + 1 - \beta^2 \right]$$

където:

$$T_e = m_e c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)$$

- релативистка кинетична енергия на падащия електрон; **V** - скорост; **I** - среден йонизационен потенциал на средата;  **$n_e = (N_A/A)\rho Z$**  - брой на електроните в  $1 \text{ cm}^3$  от средата.

Отново:

$$\frac{dE}{dx} \sim \rho - \text{плътност на средата}; \quad \frac{Z}{A} = \text{const};$$

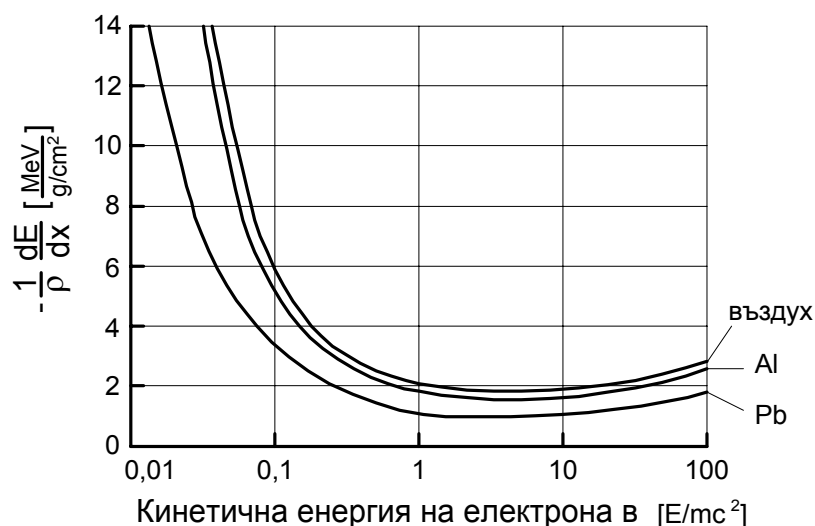
$$\frac{dE}{dx} \sim \frac{1}{V^2} - \text{скоростта на падащите електрони};$$

$$\frac{dE}{dx} \text{ зависи слабо от кинетичната енергия } T_e \sim \ln T_e$$

### А. Величината

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \left[ \frac{\text{MeV}}{\text{g/cm}^2} \right]$$

слабо зависи от свойствата на средата и е функция на енергията на падащите електрони.



Фиг.22. Поведение на  $[1/\rho][dE/dx]$  в зависимост от енергията на електроните.

За **0,5 MeV**: за **въздух**:  $\rho = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ [g/cm}^3\text{]}$

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = 2 \left[ \frac{\text{MeV}}{\text{g/cm}^2} \right]; \quad \frac{dE}{dx} = 2,4 \cdot 10^{-3} \left[ \frac{\text{MeV}}{\text{cm}} \right] = 2,4 \left[ \frac{\text{keV}}{\text{cm}} \right]$$

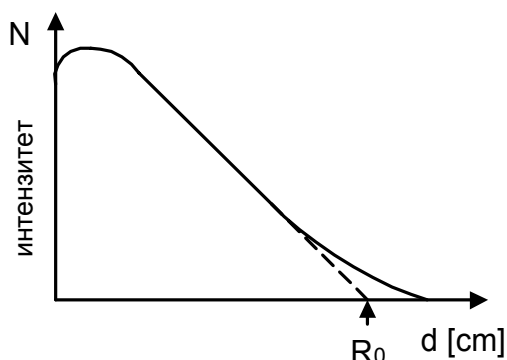
"пробег" за **dE/dx = const** - 200 cm

за **алуминий Al**:  $\rho = 2,7 \text{ [g/cm}^3\text{]}$

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = 2 \left[ \frac{\text{MeV}}{\text{g/cm}^2} \right]; \quad \frac{dE}{dx} = 5,4 \left[ \frac{\text{MeV}}{\text{cm}} \right] = 5400 \left[ \frac{\text{keV}}{\text{cm}} \right]$$

"пробег" за **dE/dx = const** - 1 mm.

## Б. Пробег на моноенергетични електрони



Фиг.23. Екстраполиран пробег за електрони.

За пробег няма аналитични изрази. Екстраполирания пробег за моноенергетични електрони като функция на енергията се апроксимира с линейна зависимост (приближено) емпирично:

$$R_0 = \frac{1}{\rho \frac{Z}{A}} (0,253E - 0,045) \text{ за } E > 0,6 \text{ MeV}$$

$$R_0 = \frac{1}{\rho \frac{Z}{A}} \cdot 0,196E^{1,38} \text{ за } 0,15 \text{ MeV} < E < 0,8 \text{ MeV}$$

$R_0$  - в [cm];  $E$  - в [MeV];  $\rho$  - плътност на средата;  $Z$  - атомен номер на средата;  $A$  - масово число на средата. За пробег има таблици и номограми.

## Поглъщане на $\beta$ -частици с непрекъснат енергетичен спектър

Далеч от границата на пълното поглъщане приближено имаме експоненциален закон (случайно):

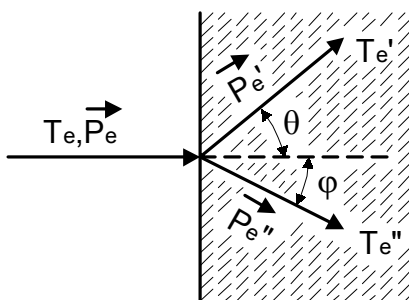
$$J = J_0 e^{-\mu d}$$

където:  $J_0$  - интензитет на падащия сноп  $\beta$ -частици;  $d$  - дебелина на слоя в  $[g/cm^2]$ ;  $\mu$  - масов коефициент на поглъщане:  $\mu \approx 22E_m^{-1,33} [cm^2/g]$ ;  $E_m$  - гранична енергия на  $\beta$ -спектъра [MeV].

## В. Обратно разсейване на електрони

Целта на спектрометрията във всякакъв вид, включително и на спектрометрията на електрони, е да се осигури **пълно поглъщане на енергията** на заредената частица в работния (чувствителния) обем на детектора. Обратното разсейване на електроните може да изнесе част от енергията на електрона от работния обем и да изкриви енергетичния спектър.

### а/. Електрон-електронно разсейване (Мот, Милер)



Фиг.24. Към електрон – електронното разсейване.

$$T_e'' = \frac{4mM}{(M+m)^2} T_e \cos^2 \varphi$$

за всякакви частици (класически).

За покоящата се частица в лабораторна координатна система  $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ .

За падащата частица  $0 \leq \theta \leq \pi$ .

За разсейване на електрон върху електрон  $\theta + \varphi = \pi/2$  (частиците са идентични), тогава и  $\theta$  е  $0 \leq \theta \leq \pi/2$ . Ъглите  $\theta$  и  $\varphi$  са допълнителни,  $\sin \theta = \cos \varphi$ .

$$T_e'' = T_e \cos^2 \varphi \quad ; \quad T_e'' = T_e/2 = T_e' \quad \text{за } \theta = \pi/4 \text{ (} 45^\circ \text{)}$$

Практически изводи: При спектрометрия на електрони снопа трябва да пада **перпендикулярно** на повърхността на детектора (недопустими са малки ъгли на падане)

**Качествено:**

При електрон-електронното разсейване електрона винаги губи енергия.

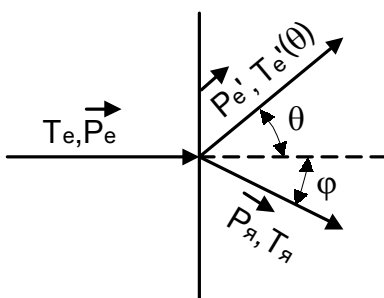
Сечението е пропорционално на  $1/T^3$ , т.е. става съществено за ниски енергии.

Сечението е пропорционално на броя на електроните в  $1\text{ cm}^3$   $(N_A/A)\rho Z$ , но  $Z/A \approx \text{const}$ , т.е. то не зависи от  $Z$ .

То е по-малко от сечението за йонизация на единица път (пробег) за високи енергии.

#### б/. Ръдърфордовско разсейване на електрони

Електроните могат да се разсейват в **кулоновото поле на ядрото** независимо от това, че потенциала е привличащ. За целта е необходимо те да достигат много близко до ядрото (много малки прицелни параметри). Понякога това разстояние се тълкува като електронно разсейване върху атома. Отново за енергията на откратното ядро:



Фиг.25. Към електрон – ядреното разсейване (Ръдърфордовско).

$$T_{\text{я}} = \frac{4mM}{(M+m)^2} T_e \cos^2 \varphi$$

$$0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} ; \text{ но } m_e \ll M_{\text{я}}$$

$$\frac{4m_e M_{\text{я}}}{(M_{\text{я}} + m_e)^2} \approx \frac{4m_e}{M_{\text{я}}} \approx 10^{-5}$$

$$T_{\text{я}}^{\min} = 0 ; \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$T_{\text{я}}^{\max} = 10^{-5} T_e ; \varphi = 0$$

Ъгъл  $\theta$  може да бъде всякакъв  $0 \leq \theta \leq \pi$ . При обратно разсейване на електрони на  $\theta = \pi$ , ядрото поема удвоения импулс на падащия електрон, но предадената му кинетична енергия е нищожна.

Изводи: При Ръдърфордското разсейване електроните **не губят енергия**, само променят посоката си (до обратна).

**Диференциално ефективно сечение за Ръдърфордско разсейване на електрони** (Мак-Кинли, Фешбах) ;  $\beta \rightarrow 1$ .

Вероятност за разсейване на ъгъл  $\theta$  в единица пространствен ъгъл  $d\Omega$  върху едно ядро:

$$\frac{d\sigma_R^e(\theta)}{d\Omega} = \left( \frac{Ze^2}{2E} \right)^2 \frac{\cos^2 \frac{\theta}{2}}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \left[ 1 + \frac{\pi Z}{137} \frac{\sin \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \right)}{\cos^2 \frac{\theta}{2}} \right]$$

**Някои изводи:**

Сечението е силно изтеглено напред (голяма вероятност за разсейване на малки ъгли, поради  $1/\sin^4(\theta/2)$ ). Но съществува определена вероятност за разсейване и на  $\theta > 90^\circ$  ( $\pi/2$ ).

Сечението е пропорционално на  $1/E^2$ , т.е. нараства силно при малки енергии на падащите електрони.

Зависимост от разсейващата среда:

макросечение:

$$d\Sigma_R = N_A d\sigma = \frac{N_A}{A} \rho \frac{Z^2 e^4}{4E^2} \quad [\text{разс./см.стерадиан}]$$

Като пренебрегнем тривиалната зависимост от  $\rho$  и имаме предвид, че  $Z/A \approx \text{const}$ , макросечението  $d\Sigma_R \sim Z$  (членът в квадратните скоби =  $1 \div 2$  за  $Z = 1 \div 100$  и може да не се отчита).

### Практически изводи:

Спектрометрия на електрони не се прави с детектори с **голямо Z**. За **NaI**  $Z_{\text{eff}} \approx 50$ ; за антрацен, стилбен  $Z_{\text{eff}} \approx 5$  - спектрометрия на електрони се прави с антрацен или стилбен, а не с **NaI** (в последния случай вероятността за обратно разсейване е поне 15 - 20 пъти по-голяма) и със силициев (**Si**) а не с германиев (**Ge**) полупроводников детектор. За избягване на влиянието на обратното разсейване се правят кристали с кладенци.

## IV. РАДИАЦИОННИ ЗАГУБИ НА ЕНЕРГИЯ НА ЗАРЕДЕНИ ЧАСТИЦИ.

### A. Спирачно лъчение

При забавяне на заредени частици (и въобще при движение с ускорение) в кулоновото поле на ядрата и електроните, съществува вероятност за изпускане на електромагнитно лъчение, при което енергията на заредената частица намалява -  $-(dE/dx)_{\text{изл}}$ . Този вид загуби са пропорционални на  $1/M^2$  на заредената частица (при еднакъв заряд). Съществени са за **леки частици**, за електрони.

### Специфични радиационни загуби на 1 cm (Бете, Хайтлер)

$$-\left(\frac{dT_e}{dx}\right)_{\text{рад}} = N_A T_e \frac{Z^2 r_e^2}{137} \left( 4 \ln \frac{2T_e}{m_e c^2} - \frac{4}{3} \right); \quad N_A = \frac{N_A}{A} \rho - \text{ядра/cm}^3$$

където:  $T_e$  - кинетична енергия на електрона (релативистка),

$$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}$$

- класически радиус на електрона.

Тази формула е вярна за  $T_e \gg m_e c^2$  (и без отчитане на екранирането на полето на ядрото от атомните електрони).

Спирачното лъчение **не е релативистки ефект**. За  $T_e < m_e c^2$

$$\left( \frac{dT}{dx} \right)_{\text{изл}} = \frac{16}{3} N_A T_e \frac{Z^2 r_e^2}{137}$$

Пример за спирачно лъчение при много ниски енергии на падащите електрони (десетки keV) е появата на непрекъснат рентгенов спектър в рентгеновите тръби, на фона на който се появяват характеристичните рентгенови линии на антикатода.

### Изводи:

Специфичните радиационни загуби са пропорционални на  $T_e$  (т.е., нарастват с  $T_e$ , за разлика от йонизационните, които слабо зависят от  $T_e$  и намаляват с  $T_e$ ).

$$\left( \frac{dT}{dx} \right)_{\text{изл}} \sim Z ; \text{ фактически } \left( \frac{dT}{dx} \right)_{\text{изл}} \sim \frac{N_A}{A} \rho Z^2$$

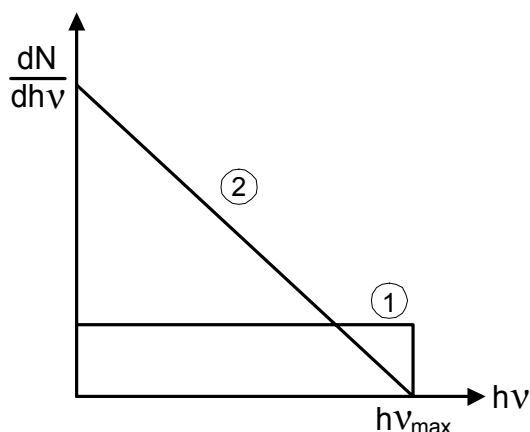
Като пренебрегнем тривиалната зависимост от  $\rho$  и имаме предвид, че  $Z/A \approx \text{const} \approx 1/2$  излиза, че  $(dT/dx)_{\text{изл}} \sim Z$ . За всяка среда съществува  $T_e^{\text{крит}}$  - критична енергия, при която радиационните и йонизационните загуби се изравняват -  $T_e^{\text{крит}} \sim 1/Z$ .

### Спектър и ъглово разпределение на спирачното лъчение.

Спирачното лъчение има **непрекъснат спектър**. Границата му е енергията  $h\nu_{\text{max}} = T_e$  (където  $T_e$  е релативистката кинетична енергия на падащия електрон).



Качествено:



Фиг.26. Спектър на спирачното лъчение за моноенергетични електрони при различни дебелини на поглътителя:

**1** - когато имаме тънък поглътител (много малки йонизационни загуби). **2** - "дебел" поглътител (сравним с пробега на падащия електрон)

Принос в спектъра на спирачното лъчение дават електрони с  $0 < T_e < T_e^{\max}$ .

### Ъглово разпределение на спирачни гама-кванти

При нерелативистки енергии  $T_e \ll m_e c^2$  спирачните кванти се излъчват перпендикулярно на посоката на падащия електрон.

При  $T_e \approx m_e c^2$  ъгловата зависимост е сложна

При  $T_e \gg m_e c^2$  излъчването е насочено напред, като

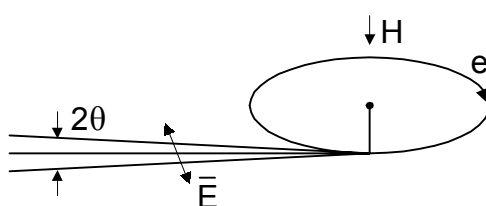
$$\frac{d\sigma_{\text{рад}}(\theta)}{d\Omega} \sim \frac{\cos^2 \frac{\theta}{2}}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Ъгловата зависимост силно напомня тази на Ръдърфордското разсейване напред - с увеличаване на енергията  $T_e$ . ъгъла  $\theta$  намалява, като

$$\theta \sim \frac{m_e c^2}{T_e}$$

Тази зависимост се използва за получаване на много тесни (с малка разходимост) снопове от високоенергетични  $\gamma$ -кванти на ускорители на електрони, например бетатрони или линейни ускорители. Такива снопове се прилагат при лъчетерапията в онкологията.

**Синхротронно излъчване** – То е частен случай на спирачното лъчение. Получава се при движение на електрони по кръгова орбита в магнитно поле. Движението по окръжност е ускорително! Основен тип загуби при синхротроните и натрупвателните пръстени към ускорителите.



Фиг.27. Синхротронно излъчване

Характеристики:

Излъчва се по допирателната към орбитата в конус с ъгъл  $\theta$

Спектъра е непрекъснат с максимум при  $\nu_0$

$$\theta = \frac{m_e c^2}{T_e} ; \quad \nu_0 = 4,6 \cdot 10^{-6} H T_e^2$$

(  $\nu_0$  – честота -  $s^{-1}$ , H – магнитно поле – гауси,  $T_e$  – енергия – eV )

Синхротронното лъчение е напълно поляризирано, като вектора на електричното поле лежи в плоскостта на орбитата.

Използва се за изследвания в областта на “твърдото” рентгеново лъчение – “синхротронни лаборатории” към големите ускорители.

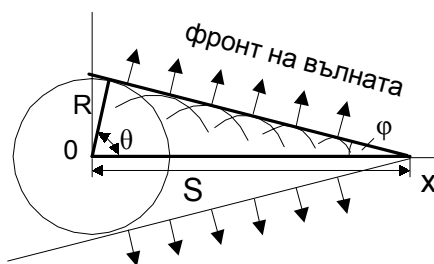
## Б. Ефект на Черенков

Още Мария и Пиер Кюри са забелязали слабо сиво-синкаво светене на концентрирани водни разтвори на **Ra** соли (при получаване на **Ra** в чист вид от уранова руда).

В 1935 г. Черенков (аспирант на Вавилов) при изследване на луминесценция на водни разтвори под действие на  $\gamma$ -лъчи открива светене, **не свързано** с луминесценцията (не се гаси). Интензитетът му не зависи от **Z** на средата, което показва, че не е спирачно излъчване. Излъчването е насочено под определен ъгъл спрямо посоката на падащите частици.

В 1937 г. Там и Франк обясняват явлението.

Законите за съхранение забраняват движението на частици с маса на покой отлична от нула със скорост, по-голяма от скоростта на светлината във вакуум, но в дадена среда скоростта на светлината е  $c' < c$ , като  $c/c' = n > 1$  - коефициент на пречупване на светлината; за вакуум  $n = 1$ . Движение на частица със скорост  $V \geq c' = c/n$ ,  $n > 1$ , **не е забранено**, но в такъв случай частицата губи енергия и импулс **чрез електромагнитно излъчване**. При използване на принципа на Хюйгенс, че частицата е източник на електромагнитно възмущение, което се разпространява в средата със скорост  $c' = c/n$  във вид на сферична вълна.



Фиг.28. Към извода на условието за ефект на Черенков.

Вълнови фронт - наслагване на възмущенията във фазова повърхност (конус)

$$R = c'\Delta t ; S = V\Delta t$$

$$\sin \varphi = \frac{R}{S} = \frac{c'}{V} = \frac{c}{nV} = \frac{1}{n\beta}$$

Тъй като  $\theta = (\pi/2) - \varphi$  ;  $\cos\theta = \sin\varphi$ , т.е.  $\cos\theta = 1/n\beta$  - основно съотношение при ефекта на Черенков.

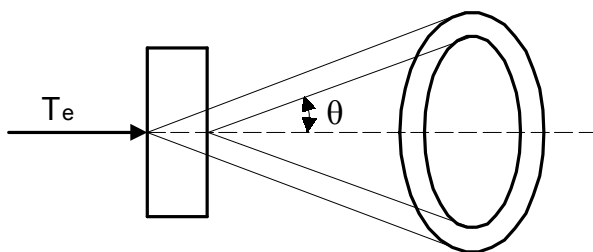
$\theta$  - ъгъла на излъчване на черенковските фотони спрямо посоката на скоростта  $V$  на заредената частица;  $\beta = V/c$  за частицата;  $n=c/c'$  коефициент на пречупване на средата.

#### Граници по скорост и ъгъл на излъчване:

При намаляване на скоростта (енергията) на частицата, ъгъла  $\theta$  намалява и клони към 0.  $\theta=0$  когато  $\beta n=1$ , т.е. когато  $V = c'$ . Излъчване на Черенковско лъчение е невъзможно, когато  $V < c'$ ,  $\beta < 1/n$  – ефекта е прагов.

Обратно, при увеличаване на скоростта на частицата  $\beta$  клони към 1, а ъгъла  $\theta$  клони към  $\arccos(1/n)$ , който зависи от коефициента на пречупване.

За дадено вещество има максимален ъгъл  $\theta_{\max} = \arccos(1/n)$ . При зададен коефициент на пречупване  $n$  Черенковското излъчване е възможно за:  $1/n \leq \beta < 1$ .



Фиг.29. Ъглово разпределение на Черенковското лъчение при “тънък” радиатор.

За **моноенергетични частици и тънък радиатор** ъгъла  $\theta$  е точно определен. По ъгъла на Черенковското излъчване може да се определя скоростта и енергията на заредената частица.

Черенковски детектори на заредени частици - използват се главно във физиката на високите енергии (релативистки).

**Пример:** вода ( $H_2O$ ) и електрони:

$$n_{H_2O} = 1,33 ;$$

$$T_e = m_e c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)$$

- релативистка кинетична енергия

Граничната енергия за електрони:  $\beta = 1/n = 0,75$ ;  $T_e^{\text{ГР}} = 264 \text{ keV}$

Това е доста ниска енергия - конверсионни електрони и  $\beta$ -частици могат да дават ефект на Черенков, както и фото- и комптонови електрони при взаимодействие на  $\gamma$ -квантите с веществото.

За протони във вода:  $T_p^{\text{ГР}} = 485 \text{ MeV}$ .

Използването на радиатори с голям коефициент на пречупване може да намали граничната енергия. За  $n = 2$  (някои разтвори)  $T_e^{\text{ГР}} = 80 \text{ keV}$ .

Зависимост на  $\theta$  от енергията: За  $1 \text{ MeV}$  електрони във вода  $n = 1,33$  ;  $\theta = 37^\circ$  ;  
 $\theta_{\text{maxH}_2\text{O}} = 41,5^\circ$ .

**Спектрален състав и интензитет:** Загубите на единица път на електроните зависят от свойствата на средата:

За реална среда излъчването на Черенков е ограничено по честота, тъй като коефициента на пречупване е функция на честотата,  $n(\omega)$  (дисперсия). За далечния ултравиолет ( $\lambda < 10 \text{ nm}$ ) и рентгеновото излъчване винаги  $n(\omega) < 1$  и излъчване е невъзможно.

За реалните среди: гранична честота  $\omega_0 = 6 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ ;  $\lambda_0 = \lambda_0 2\pi = 3 \cdot 10^{-5} \text{ cm} = 300 \text{ nm} = 3000 \text{ \AA} = 3,8 \text{ eV}$ . Излъчването е съсредоточено в близкия ултравиолет, но се простира и във видимата част на спектъра ( $400 \div 700 \text{ nm}$ ) - от условието  $\beta n(v) > 1$ .

Загубите на енергия при Черенков на единица път са няколко  $\text{keV/cm}$  и са  $10^3$  пъти по-малки от йонизационните загуби за релативистки частици. Броя фотони (в диапазона  $400 \div 700 \text{ nm}$ ) на  $1 \text{ cm}$  пробег за еднозарядна частица са:

$$\frac{dN}{de} = 470 \sin^2 \theta = 470 (1 - \cos^2 \theta) \text{ [фотона/cm]}$$

**Пример:**  $500 \text{ keV}$  електрони във вода:  $n = 1,33$  ;

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{T_e}{m_e c^2} + 1\right)^2}} = 0,866 ; \theta = 30^\circ ; \cos \theta = \frac{1}{n\beta} = 0,87$$

$$\frac{dE}{de} = 116 \text{ фот/см} = 12 \text{ фот/мм}$$

Интензитета на Черенковското излъчване е много по-малък от интензитета на сцинтилациите - около 50 пъти. Черенковския радиатор не трябва да сцинтилира. Времената на светлинния импулс са много къси. Черенковските детектори са много по-“бързи” от сцинтилационните.

Съществува принципна разлика между спиращото и Черенковското лъчение. Последното зависи от макроскопическите свойства на средата - показател на пречупване и е чисто релативистки ефект. Спиращото зависи от взаимодействието с отделни атоми. Черенковското лъчение е много по-ниско енергетично.