

## Рецензия

на дипломната работа на г-н Калоян Караиванов, фак. No 30360, студент в специалност „Ядрена техника и ядрена енергетика” на Физическия факултет на СУ „Св. Климент Охридски”

за придобиване на образователно-квалификационна степен „бакалавър”

от Венелин Русанов, специалист в отдел „Анализи на безопасността и нови мощности“, дирекция „Ядрена енергетика“ в Риск Инженеринг АД.

Представената ми за рецензия дипломна работа е озаглавена „Изследване на методи за решаване на уравненията на точковата кинетика”. Тя се състои от общо 33 страници, включва увод, цел и задачи, основно изложение съдържащо формулиране и извеждане на уравненията на точковата реакторна кинетика, интерпретация на физическия смисъл на параметрите в тях, разглеждане и изследване на различни методи и изчислителни алгоритми за решаването им, резултати, заключение и извод. Списъкът на цитираната литература съдържа 16 заглавия. Резултатите от изследването са илюстрирани със задоволителен брой графики. Оформлението на работата е правилно. Всички цитирани източници са реферирани коректно. Включено е съдържание, липсват единствено списъци на таблиците и фигурите.

Работата на дипломанта е посветена на изследването и анализа на различни подходи за решаване на хомогенната линейна система от обикновени диференциални уравнения, която се поражда от математическата формулировка на кинетиката на ядрения реактор. Преди да пристъпи към разглеждане на гореспоменатите подходи дипломантът формулира и извежда точно, от математическа и физическа гледна точка, уравненията на точковата реакторна кинетика. Прави впечатление доброто познаване на основните неутронно-физични процеси, свързани с различните канали на образуване и загуба на неутрони, в елементарен обем от фазовото пространство на независимите променливи в контекста на изследваните уравнения. Дипломантът изразява становище, че изборът на ценностна функция играе съществена роля при оценяването на кинетичните параметри, което в действителност е така, но пълният ѝ смисъл и определяне остават извън рамките на защитаваната теза. Докато строго математическото ѝ функционално определяне изисква разширено изследване и може да остане извън рамките на защитаваната теза, мисля, че едно по-задълбочено качествено описание на

физичния ѝ смисъл би придал по-голяма пълнота и яснота на частта от изложението, в която тя фигурира.

В частта с поставянето на задачата се обръща внимание на обстоятелствата, при които коефициентите пред зависимите променливи в решаваната система могат да се разглеждат като независими от времето. Твърди се, че зависимостта от времето на ефективния относителен дял на закъсняващите неутрони от делене по групи и времето на генерация на мигновените неутрони е достатъчно слаба в повечето случаи и може да бъде пренебрегната. За изчерпателност и яснота би било хубаво това твърдение да бъде аргументирано на базата на неутронно-физичните съображения, които го обуславят. Дадена е дефиниция и количествена интерпретация на твърдост на система от обикновени диференциални уравнения. Формулирано е, че количествената интерпретация на твърдостта може да бъде изградена на базата на отношението на максималната и минималната по модул собствени стойности на матрицата на системата и се споменава функционалният вид на решенията, в контекста на реакторната кинетика, а именно линейни комбинации на хиперболични функции. Очевидно в съображението за определяне на този вид количествена интерпретация фигурира функционалното поведение/вид на хиперболичните функции при единици изменение на независимата променлива (времето). Критерият за количествената интерпретация и поведението на хиперболичните функции биха могли да се свържат с аргументация в рамките на няколко изречения.

По-нататък са описани и анализирани различни методи и изчислителни алгоритми за решаване на системата от уравнения на точковата реакторна кинетика. Коментирани са техни особености и са представени количествени резултати, както и сравнения между тях. За референтен е избран общоприетият подход за аналитично решаване на хомогенна система от обикновени диференциални уравнения с постоянни коефициенти [Polyanin and Zaitsev, 2018]. Собствените стойности на матрицата в задачата на точковата реакторна кинетика са намират по метода на Джон Франсис [Francis, 1961], който се основава на идеите в класическия QR-алгоритъм за намирането на собствени стойности на матрица. Прави впечатление, че дипломантът е добре запознат и борави точно с ортогонални преобразования с матрици на Хаузхолдер, метода на Виланд (обратна степенна итерация) и като цяло с матрично-векторни операции в рамките на изложението на дипломната работа. Направена е също така геометрична интерпретация на действието

на матрицата на Хаузхолдер, което допълнително разяснява използването ѝ за целите на референтния метод.

Други подходи за решаване на системата от уравнения на точковата реакторна кинетика, разгледани в дипломната работа, са методът на матричната експонента, методите на Грег и Бадер-Дойфелхарт. По отношение на метода на матричната експонента е обърнато внимание, че при някои задачи и при сравнително твърди системи от обикновени диференциални уравнения сходимостта може да бъде бавна, което да доведе до съществено натрупване на грешки от закръгление в хода на итерациите. В математическото развитие на метода трябва да се обърне внимание на твърдението, че от математическия анализ на функции на една реална променлива е известно, че всяка зависима променлива може да бъде представена чрез т.нар. разложение в ред на Тейлор [Тагамлицки, 1971], което не е вярно. Съществуват изисквания към функцията (зависимата променлива), която подлежи на развитие в ред на Тейлор, едно от които е функцията да е диференцируема условно  $n$  пъти в разглеждания интервал, тоест не всяка зависима променлива може да бъде представена чрез разложение в ред на Тейлор. В изложението на дипломната работа развитието в ред е около 0, при което формулата на Тейлор се нарича формула на Маклорен.

При метода на Грег числената оценка на търсеното решение на задачата в дадена точка е получена чрез последователно прилагане на метод, основан на приблизителни централни разлики (Modified Midpoint Rule). Изградени са съответните дискретизации и рекурентни връзки. В изложението е включено схематично представяне на метода на Грег при дадена дискретизационна стъпка и разделяне на задачата на шест подинтервала. По отношение на метода е направено заключение, че демонстрира сериозни отклонения на резултатите спрямо други методи дори при много малки стъпки на интегриране.

При разглеждането на метода на Бадер и Дойфелхарт е описана схема, която притежава необходимите свойства да бъде подложена ефективно на екстраполацията на Булирш-Щьор. Самият метод на Булирш-Щьор представлява екстраполация на серия от решения към нулева стъпка на интегриране на система от обикновени диференциални уравнения, като ползата от екстраполацията е значително по-голяма, ако се приложи върху метод, при който грешката от дискретизация в решението зависи само от четни степени на стъпката на интегриране. В метода на Бадер и Дойфелхарт развитието на решението в ред по стъпката на интегриране съдържа само четните ѝ степени. Методът може да се прилага за решаване на линейни системи от обикновени диференциални

уравнения както с постоянни, така и с променливи във времето коефициенти. Обърнато е внимание, че методът на Бадер и Дойфелхарт успешно се прилага за твърди системи и се характеризира с висока точност и числена стабилност.

За целите на дипломната работа е избрано екстраполацията към нулева стъпка на интегриране да се прави на основата на полиномна интерполация, в частност с използване на полиноми на Лагранж.

Резултатите от количествените пресмятания по различните методи споменати по-горе са илюстрирани със задоволителен брой графики. Направени са сравнения между резултатите генерирани от една страна с референтния метод и от друга страна с метода на матричната експонента и метода на Булирш-Щьор. Вижда се, че съществува права връзка между намаляването на твърдостта на изследваната система и намаляването на относителната разлика между решенията генерирани по дадените методи. За илюстрация как с метода на Булирш-Щьор могат да бъдат решавани задачи, в които системата от обикновени диференциални уравнения е с непостоянни коефициенти, е представено решение, в което реактивността следва ход, наподобяващ процеса при активиране на аварийната защита в реакторната среда.

Съпоставянето на решенията, получени чрез прилагане на различни методи, на базата на независими изчислителни алгоритми/програмни реализации е правилен подход и отговаря на изисквания на добрите международни практики.

Предлагам да бъдат направени следните технически корекции:

- във фигури 4;7;10;13;16;19 надписът на ординатата на графиката да бъде променен от „ядрата предшественици“ на „концентрации на ядра предшественици на закъсняващи неутрони по групи“;
- в документа, освен съдържание, да бъдат включени списъци на таблиците и фигурите;
- да се избягва ординатните оси на дадена графика да пресичат число, което представлява стойност, примерно по абсцисата – пример фигура 8.

Бих помолил г-н Караиванов по време на публичната защита на дипломната си работа да отговори на следните въпроси:

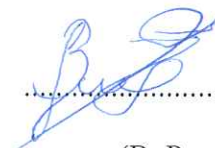
1. В 5 е записано „Зависимостта от времето на  $\beta_i(t)$  и  $\Lambda(t)$  обаче е достатъчно слаба в повечето случаи и може да бъде пренебрегната, ... което позволява

третирането на коефициентите в системата от ОДУ като постоянни във времето.“. На базата на какви неутронно-физични съображения или характерни явления протичащи в ядрените реактори с топлинни неутрони, в рамките на един условно дълъг преходен процес (примерно ксеноново отравяне), зависимостта от времето на горепосочените параметри на кинетиката може да бъде пренебрегната?

2. При решаване на уравнението на Нордхайм за система, която се привежда в дълбока подкритичност, винаги има един голям отрицателен корен. В настоящата дипломна работа се изследват състояния с дълбока подкритичност (реактивност съответно от  $-5$  и  $-10 \beta$ ). Има ли връзка и ако има каква е (качествено описание) между високите стойности на твърдостта на изследваната система и наличието на горепосочения голям отрицателен корен?

Прави впечатление, че дипломантът борави със сравнително сложен математически апарат, както и че притежава добра представа за природата и взаимовръзките между основни величини в областта на неутронно-физичните пресмятания. Отчитайки сложността и комплексния характер на изпълнената работа, включваща формулиране и извеждане на уравненията на точковата реакторна кинетика, физична интерпретация на параметрите на кинетиката, представяне, изследване и анализиране на множество различни методи и техните изчислителни алгоритми за решаване на поставената в дипломната работа задача, давам висока оценка на Дипломната работа на г-н Караиванов и препоръчвам на уважаемата изпитна комисия да допусне работата му до публична защита.

10.09.2022 г.

  
.....  
(В. Русанов)